



## TEORIA E APLICAÇÃO DA GEOMETRIA HIDRÁULICA: REVISÃO

**Fernando Grison**

*Universidade Federal de Santa Catarina (UFSC), Florianópolis/SC  
- Mestre em Engenharia Ambiental/PPGEA-UFSC - Universidade Federal de Santa Catarina (UFSC) -  
Departamento de Engenharia Sanitária e Ambiental (ENS) - Laboratório de Hidrologia (LABHIDRO) - Caixa Postal 476  
- CEP 88.040-900 - Florianópolis/SC - Telefone: (48) 3721-7749 - e-mail: fernando@ens.ufsc.br*

**Masato Kobiyama**

*Universidade Federal de Santa Catarina (UFSC), Florianópolis/SC - Prof. Associado II do Dep. de Eng. Sanitária  
e Ambiental da UFSC - Universidade Federal de Santa Catarina (UFSC) - Departamento de Engenharia Sanitária e  
Ambiental (ENS) - Laboratório de Hidrologia (LABHIDRO) - Caixa Postal 476 - CEP 88.040-900 - Florianópolis/SC -  
Telefone: (48) 3721-7749 - e-mail: kobiyama@ens.ufsc.br*

---

### Resumo

Desde a criação da teoria da geometria hidráulica, um elevado número de trabalhos foi desenvolvido em relação a essa teoria e sua aplicação. O presente estudo teve o objetivo de revisar a definição dessa teoria, formas pelas quais ela vem sendo estudada e os principais métodos aplicados para interpretação dos seus resultados. As principais descobertas mostram que, com aumento da vazão, a velocidade e a profundidade aumentam mais rapidamente do que a largura das seções transversais e que a variação da largura nos canais com leito rochoso é semelhante àquela com leito aluvial. Foi claramente observado que as relações matemáticas da geometria hidráulica, que se diferenciam pela mudança da potência do escoamento do curso d'água, vêm sendo detalhadamente estudadas. Vários tipos de clima e formações geológicas foram avaliados para verificar suas influências nos expoentes da geometria hidráulica. Além disso, também se investigou o motivo das grandes variações dos valores desses expoentes. A vazão dominante está intimamente correlacionada com a área de drenagem e, a partir disso, foram desenvolvidas as Equações Regionais da Geometria Hidráulica. Outros trabalhos mostraram o comportamento dos sedimentos com relação às mudanças na forma dos cursos d'água. O tópico mais explorado na geometria hidráulica é a modelagem matemática, que foi utilizada principalmente para investigar a influência da forma de uma seção transversal e do leito de um canal em nível de margens plenas no comportamento das variáveis hidráulicas. A modelagem matemática também foi empregada para verificar a variabilidade espacial da geometria hidráulica devido à localização das seções transversais. As aplicações da geometria hidráulica encontram-se, na prática, tal como em projetos de revitalizações de rios e projetos de gerenciamento de recursos hídricos.

**Palavras-chave:** Geometria hidráulica; teoria; aplicação; revisão.

### Abstract

A lot of works with the hydraulic geometry theory have been developed concerning its theory and application, since the proposal of its concept. The objective of the present study was to review the definition of this concept, ways in which the concept has been studied, and the main methods used for interpretation of their results. The obtained results mainly show that, with increased discharge, the velocity and the depth increase more rapidly than the width of the cross section and that the variation of the width of bedrock rivers is similar to that of alluvial-bed rivers. It was clearly observed that many works have studied in detail the hydraulic geometry relationships that differ in the change of the water flow power. Several types

of climates and geological formations were evaluated to verify their influences on the exponents of the hydraulic geometry. Furthermore, the main causes for large variations in these exponents' values were investigated. The dominant discharge was closely correlated with drainage area, which permitted to develop the Regional Hydraulic Geometry Relationships. Other works showed the behavior of sediment in relation to changes in the stream shape. The most explored topic in the hydraulic geometry is the mathematical modeling, which was mainly used to investigate the influence of a cross section shape and of the bankfull channel bed on the hydraulics variables behavior. The mathematical modeling was also used to verify the spatial variability of the hydraulic geometry due to the location of the cross sections. The applications of this theory were encountered, in practice, like the river revitalization projects and the water resources management projects.

**Keywords:** Hydraulic geometry; theory; application; review.

## Introdução

A geometria hidráulica foi definida por Leopold & Maddock (1953) como: “*A medição quantitativa de alguns dos fatores hidráulicos que ajudam a determinar a forma dos canais dos cursos d’água naturais: profundidade, largura, velocidade e carga suspensa, e como eles variam com a descarga como simples funções potenciais*”.

Segundo Christofletti (1981), a importância do estudo da geometria hidráulica está no fato de que o fluxo d’água é o principal agente modificador do canal. Assim, a interação entre as forças do fluxo e a resistência dos materiais aluviais é a principal responsável pelo equilíbrio entre as forças erosivas e os processos de deposição de material no leito e nas margens dos rios. Além disso, o entendimento da geometria hidráulica de canais serve como um excelente ponto de partida para o desenvolvimento da teoria da geometria de drenagem de uma bacia (Singh, 2003). Consequentemente, também para a compreensão da evolução da rede de canais. Isso permite a integração dos canais com a hidrologia e geomorfologia de bacia hidrográfica. Segundo Rhodes (1977), a geometria hidráulica é um recurso útil para sumarizar as complicadas interações da morfologia com suas dinâmicas variáveis dos rios naturais.

Muitos estudos sobre geometria hidráulica têm sido desenvolvidos desde o clássico trabalho de Leopold & Maddock (1953). A maioria desses estudos acontece em rios estrangeiros como nos EUA (Leopold & Maddock, 1953; Wohl, 2005), na Austrália (De Rose *et al.*, 2008), na Nova Zelândia (Griffiths, 1980), entre outros países. No Brasil, apesar de poucos trabalhos, a geometria hidráulica já vem sendo pesquisada (Thornes, 1970; Latrubesse & Aquino, 1998; Fernandez & Bortoluzzi, 2008; Aquino *et al.*, 2005; Grison *et al.*, 2009; Grison & Kobiyama, 2011).

Entre os principais trabalhos sobre geometria hidráulica existem alguns sobre revisão de artigos dessa teoria. Por exemplo: Ferguson (1986) avaliou o emprego da hidráulica na geometria hidráulica fluvial; Singh (2003) investigou teorias que são utilizadas nos estudos de geometria hidráulica como a questão da estabilidade dos expoentes  $b$ ,  $f$  e  $m$  e a teoria da hidrodinâmica; Ridenour & Giardino (1991) mostraram vários trabalhos sob o ponto de vista de elementos

fundamentais na análise estatística de dados composicionais da geometria hidráulica; Merigliano (1997) mostrou que a interpretação dos expoentes  $b$ ,  $f$  e  $m$  nem sempre é consistente e que as inconsistências causam incertezas na avaliação da forma dos canais.

Com o objetivo de estimular ainda mais o emprego da teoria da geometria hidráulica nos rios brasileiros e também de mostrar um pouco mais sobre como ela vem sendo estudada desde sua criação em 1953 até os dias atuais o presente trabalho foi desenvolvido.

## Conceito básico

Leopold & Maddock (1953) expressaram as relações matemáticas que descrevem o termo “geometria hidráulica”:

$$w = aQ^b \quad (1)$$

$$d = cQ^f \quad (2)$$

$$v = kQ^m \quad (3)$$

$$L = pQ^j \quad (4)$$

$$s = rQ^z \quad (5)$$

onde  $Q$  é a descarga ou vazão;  $w$  é a largura;  $d$  é a profundidade;  $v$  é a velocidade;  $L$  é a carga sedimentar;  $s$  é a declividade superficial da água;  $a$ ,  $c$ ,  $k$ ,  $p$ , e  $r$  são os coeficientes;  $b$ ,  $f$ ,  $m$ ,  $j$ , e  $z$  são os expoentes.

Devido à vazão ser dada pelo produto da velocidade pela área, as equações 1, 2 e 3 são normalmente as mais utilizadas em trabalhos sobre geometria hidráulica. Por isso, essas equações foram relacionadas da seguinte forma:

$$Q = ackQ^{b+f+m} \quad (6)$$

então,

$$b + f + m = 1 \quad (7)$$

$$a \cdot c \cdot k = 1 \quad (8)$$

Se a largura, a profundidade e a velocidade forem plotadas contra a vazão em escala logarítmica as relações resultantes serão expressas por linhas retas, o que matematicamente facilita a interpretação. Por isso, os expoentes das equações 1, 2 e 3 representam a inclinação de suas respectivas

retas de ajuste. Os coeficientes representam interseção das retas quando a vazão é a unidade e por isso não são muito estudados na geometria hidráulica.

Basicamente, a geometria hidráulica pode ser estudada de duas formas: (i) em determinada seção transversal (*at-a-station* ou *at a given cross-section*); e (ii) em direção a jusante de determinado local do rio (*downstream*), ao longo do curso d'água. Em determinada seção transversal a geometria hidráulica prevê as mudanças na largura, na profundidade e na velocidade com a variação da vazão, enquanto a geometria hidráulica em direção à jusante prevê a adaptação do tamanho e da forma do canal para uma vazão imposta (Ferguson, 1986).

Para o estudo da geometria hidráulica de determinada seção transversal utilizam-se dados de largura, profundidade, velocidade e vazão para vários níveis d'água na seção. Para o estudo da geometria hidráulica em direção a jusante é preciso utilizar dados de largura, profundidade e velocidade para uma vazão com determinado tempo de retorno, ou seja, uma vazão de mesma frequência. Assim é possível analisar ao mesmo tempo o comportamento dessas variáveis com o aumento dessa vazão ao longo do canal do rio.

A análise e a interpretação dos resultados de um estudo de geometria hidráulica podem ser feitas de maneira gráfica ou estatística. Leopold & Maddock (1953) interpretaram os resultados da geometria hidráulica por meio de plotes em escala logarítmica para a largura, a profundidade e a velocidade em função da variação da vazão. Da mesma forma, Grison *et al* (2009), analisaram os resultados da geometria hidráulica no Rio Iguaçu/PR. Na Figura 1, é apresentado o plot em escala logarítmica de uma das seções consideradas.

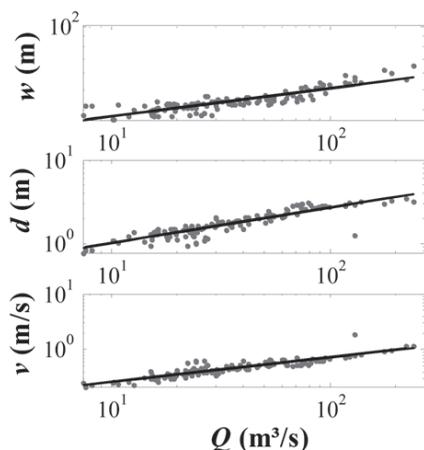


Figura 1 - Geometria hidráulica de uma seção no Rio Iguaçu.

Rhodes (1977) criou um diagrama triaxial para auxiliar na interpretação dos resultados dos expoentes  $b$ ,  $f$  e  $m$  e suas implicações nas relações da geometria hidráulica (Figura 2).

Sendo a soma dos expoentes igual a um (equação 7) o diagrama triaxial permite que os três expoentes sejam representados em um único ponto. Isso facilita a comparação dos pontos das seções com as subdivisões do diagrama. Além disso, o diagrama permite a identificação de tipos de canais.

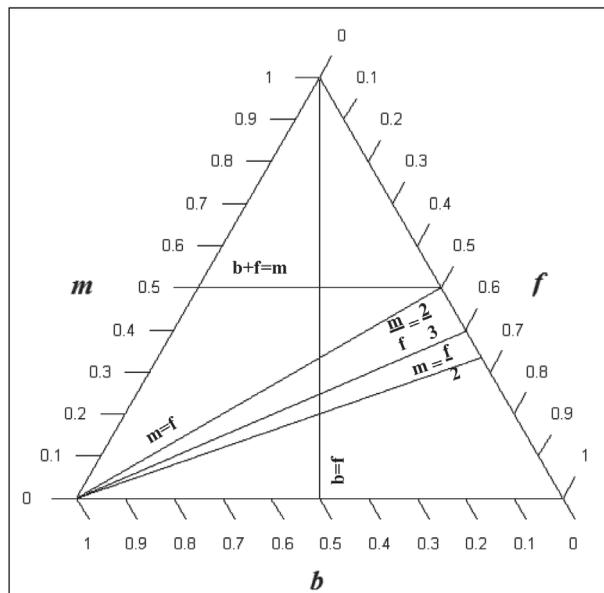


Figura 2 - Diagrama triaxial com suas subdivisões (adaptado de Rhodes, 1977).

### Focos de estudo da geometria hidráulica

Existem diversos tipos de trabalhos que abordam direta ou indiretamente a teoria da geometria hidráulica. Dentre eles pode-se dizer que, em geral, os principais focos de estudo são: (1) análise da geometria hidráulica de seção e/ou em direção à jusante; (2) análise da vazão dominante na geometria hidráulica; (3) geometria hidráulica relacionada ao transporte de sedimentos; (4) comportamento dos expoentes  $b$ - $f$ - $m$ ; e (5) modelagem matemática na geometria hidráulica. A seguir serão comentados vários trabalhos realizados sob o ponto de vista de cada um desses focos de estudo.

### Geometria hidráulica de seção e/ou em direção à jusante

Leopold & Maddock (1953) analisaram a geometria hidráulica de seção e em direção à jusante em 20 rios localizados nas partes central e sudoeste dos Estados Unidos. Eles mostraram que, com o acréscimo da vazão, em média, a velocidade e a profundidade aumentam mais rapidamente do que a largura nas seções transversais. Em direção à jusante dos rios estudados, em média, a velocidade é a variável mais insensível a mudança de vazão.

Alguns trabalhos de geometria hidráulica foram desenvolvidos sob a ótica de algumas particularidades dos rios,

como tipos de rios e tipos de leito. Leopold & Miller (1956) compararam rios efêmeros com rios perenes e observaram que, para rios efêmeros, a velocidade aumenta mais rapidamente ao longo do canal do rio. Merritt & Wohl (2003) analisaram o comportamento de um canal efêmero durante uma inundação e observaram que, com o aumento da vazão em direção à jusante do rio, a largura do canal aumentou muito e rapidamente. Hadadin & Bdour (2005) mostraram que em rios com canais incisivos, formados dentro de uma falha geológica pela erosão do leito e das margens, a mudança na vazão interfere primeiramente na profundidade e na velocidade do fluxo e depois na largura. Wohl (2005) analisou rios de topografia montanhosa com leitos rochosos, com presença de sistemas *step-pools*, *pool-riffles* e trechos com desfiladeiros. Grandes correlações foram encontradas entre vazão e área de drenagem, vazão e largura do rio e vazão e velocidade média. Montgomery & Gran (2001) analisaram canais com leito rochoso e leito aluvial e observaram que existe a variação da largura nos canais com leito rochoso e semelhante aos de leito aluvial.

As relações matemáticas da geometria hidráulica (equações 1 a 5) também foram estudadas e desenvolvidas mais detalhadamente. Singh *et al.* (2003a, b) e Singh & Zhang (2008a, b) por meio da aplicação dos princípios da máxima entropia e mínima taxa de dissipação de energia derivaram, calibraram e testaram quatro e 11 possibilidades, respectivamente, de relações da geometria hidráulica de uma determinada seção e em direção à jusante. Essas possibilidades se diferenciam pela mudança da potência do escoamento do curso d'água (*stream power*). Bagnold (1966) definiu a potência do escoamento como a taxa de energia da água dissipada contra as margens e o leito de um rio. Assim a potência do escoamento é compartilhada pela largura do canal, profundidade do fluxo, velocidade do fluxo e declividade do canal:

$$SP = v \cdot s \cdot A \cdot \gamma = Q \cdot \gamma \cdot s \quad (9)$$

onde *SP* é a potência do escoamento; *v* é a velocidade; *s* é a declividade superficial da água; *A* é a área da seção transversal do canal;  $\gamma$  é o peso específico da água; e *Q* é a vazão.

Lee & Julian (2006) estabeleceram as relações da geometria hidráulica com a inclusão das variáveis tamanho do grão do material do leito e taxa de transporte de sedimentos como variáveis independentes, além da vazão. Lawrence (2007), com o uso das equações de Manning e Chezy, derivou equações explícitas para os expoentes e coeficientes das relações da geometria hidráulica. Ele mostrou que o valor observado do expoente da relação da velocidade é geralmente maior do que o valor teórico observado em outros trabalhos.

De Rose *et al.* (2008) investigaram a geometria hidráulica em direção à jusante de rios na Austrália. Eles estabeleceram um conjunto de relações empíricas para a largura e profundidade com vazão em estado de margens plenas. Com a utilização de um modelo hidráulico 1D descobriram que o tempo de retorno de dois anos para a vazão é o que melhor explica a variação morfológica de 93 trechos de rios estudados. Além disso, observaram que um aumento no valor dos coeficientes das relações da geometria hidráulica da largura e da profundidade com o aumento da área de drenagem é devido à inversa correlação entre a área e a declividade dos rios. Helmiö (2004) analisou a geometria hidráulica de 34 trechos de rios de planície com sedimentos coesivos e comparou valores medidos com valores encontrados na literatura, de diversos tipos de rios. Ele observou que, para a largura e a profundidade, os intervalos de variação dos expoentes foram muito parecidos com os da literatura. Já para o expoente da velocidade o intervalo ficou próximo da parte superior do intervalo desse expoente encontrado na literatura. Assim conclui-se que a velocidade do fluxo na parte baixa de um curso d'água natural sofre significativa resistência.

Latrubesse & Franzinelli (2002) também aplicaram a teoria da geometria hidráulica no Rio Solimões (um grande sistema fluvial da Bacia Amazônica) com dados de época de inundação do rio. Eles observaram também grande estabilidade da largura e maior variação da profundidade e velocidade do rio com o aumento da vazão. Concluíram que o comportamento da geometria hidráulica do Rio Solimões é típico de rios confinados ou de rios com margens estáveis e com material coesivo. Latrubesse (2008) aplicou a teoria da geometria hidráulica para avaliar o padrão de ajuste de canal em grandes sistemas fluviais. Ele mostrou que, nos grandes rios estudados, o ajuste na profundidade é muito maior que na largura, com o aumento da vazão ao longo do canal.

Muitos fatores ambientais também foram considerados em estudos da geometria hidráulica. Ebisemiju (1989) analisou o comportamento de rios em ambiente tropical úmido e observou que a capacidade do canal é mais fortemente controlada pela coesão do perímetro do canal do que pela vazão. Grison & Kobiyama (2011) analisaram a influência de vários tipos de formações geológicas nos expoentes da geometria hidráulica de bacias hidrográficas do Estado do Paraná, Brasil. Os resultados médios dos expoentes mostram que em geral os canais dos rios estudados têm uma tendência de possuírem alta estabilidade de suas margens. Heede (1972) ao analisar a influência de florestas na geometria hidráulica de rios de montanha mostrou que o crescimento da floresta influencia na formação de sistemas de *step-pools* ao longo dos cursos d'água.

## A vazão dominante na geometria hidráulica

O conceito de vazão dominante ainda é muito discutido nos estudos de geometria hidráulica. A existência de vários termos como: vazão efetiva, vazão de margens plenas e vazão modeladora de canal para um único conceito de vazão dominante evidencia essa discussão.

Wolman & Leopold (1957) definiram que a vazão dominante é a vazão à qual a manutenção do canal é mais efetiva e que essa vazão ocorre quando o rio está com nível de margens plenas. Dunne & Leopold (1978) mostraram que é nesse nível de margens plenas que a vazão movimentada sedimentos, forma ou remove depósitos aluviais, forma ou muda curvas e meandros, e geralmente faz trabalhos que resultam em uma média de características geomorfológicas dos canais. Indicadores desse nível em campo incluem mudanças significativas de declividade, mudanças na vegetação, entre outras (Leopold, 1994). Carling (1988) mostrou que a vazão dominante é a vazão que mais transporta sedimentos do leito de um curso d'água próximo a um estado estacionário.

Segundo Latrubesse (2008), atualmente estudos da geometria hidráulica em grandes rios mostraram que a vazão efetiva ocorre abaixo do nível de margens plenas e é maior que a vazão média anual. Portanto, percebe-se que é preciso estudar mais sobre a ocorrência e a característica da vazão dominante. Principalmente, estudar nos pequenos rios em que essa vazão pode ter um comportamento diferente do que em grandes rios.

A vazão dominante pode ser estimada a partir da definição de uma vazão com determinado tempo de retorno, ou seja, uma vazão de mesma frequência. Para estimar um tempo de retorno para uma vazão qualquer é preciso antes fazer uma análise de frequência de vazões. Essa análise pode ser feita pelo método proposto por Dalrymple (1960). Por esse método ordenam-se vazões máximas da maior para a menor e um tempo de retorno para cada vazão pode ser calculado pela equação:

$$T = \frac{N+1}{i} \quad (10)$$

onde  $T$  é o tempo de retorno em anos de cada vazão máxima;  $N$  é o número de anos considerados para cada série histórica de dados; e  $i$  é o número da ordem de cada vazão máxima.

Muitos trabalhos foram desenvolvidos com objetivo de entender qual é tempo de retorno médio em que as vazões dominantes ocorrem em canais de rios naturais. A Tabela 1 mostra alguns desses trabalhos.

**Tabela 1 - Trabalhos sobre tempo de retorno de vazão dominante**

Fonte	T (anos)	Observações
Leopold (1994)	1,0 a 2,5	O valor de 1,5 anos aparece como sendo uma média razoável.
Wilkerson (2008)	2	Mais adequado para determinar a vazão dominante na modelagem das equações regionais da geometria hidráulica.
Grison & Kobiyama (2011)	1,58	Com base em Dury <i>et al.</i> (1963), Hickin (1968), Dury (1973, 1976) e Riley (1976). Os autores investigaram a ligação entre os fatores regionais clima, fisiografia e eco-região e a frequência dos eventos de vazão dominante. As eco-regiões são unidades regionais que incluem áreas de semelhante geologia, topografia, clima, vegetação, solos, e os principais usos da terra.
Castro & Jackson (2001)	1,4	Alta correlação com a vazão em nível de margens plenas.
De Rose <i>et al.</i> (2008)	2	Mais adequado para determinar a vazão dominante.
Dury <i>et al.</i> (1963), Hickin (1968), Dury (1973, 1976) e Riley (1976)	1,58	

Além de tentar entender qual o intervalo de tempo médio em que uma vazão dominante ocorre, o trabalho de Navratil *et al.* (2006) avaliou o impacto da escolha de métodos de determinação dessa vazão. Para isso foram comparados métodos de determinação da vazão dominante com características hidrológicas em 16 trechos de rios na França. Baseadas em critérios morfológicos e geométricos foram consideradas cinco definições de nível de margens plenas da seção transversal de um rio. Para os critérios morfológicos considerou-se: Inflexão da margem (fim da parte abrupta da margem); Topo da margem (onde começa a planície de inundação). Para os critérios geométricos considerou-se: Mínima taxa da largura pela profundidade média relacionada com o nível d'água (Wolman, 1955); Mudança significativa na relação entre a área molhada e a largura do topo do canal (Williams, 1978); Máxima declividade da margem (Riley, 1972). As duas definições morfológicas foram mais relevantes do que as definições geométricas porque os perfis longitudinais dos trechos estudados se ajustaram melhor aos perfis da superfície da água. Além disso, Fernandez (2004) mostrou que o uso de depósitos arenosos nos diques marginais (também conhecidos como barrancos de terra firme, até margem dos rios) com pouco entalhamento é um indicador confiável do nível de margens plenas de um rio.

A vazão dominante está intimamente correlacionada com a área de drenagem, que é um parâmetro facilmente determinado. Além disso, a vazão dominante também pode ser correlacionada com as dimensões do canal em nível de margens plenas. Essas correlações são definidas como Equações Regionais da Geometria Hidráulica ou simplesmente Geometria Hidráulica Regional. Glickauf *et al.* (2007) mostraram que a geometria hidráulica regional é muito importante para projetos de restauração de cursos d'água. As equações gerais que representam a geometria hidráulica regional são:

$$Q_{bf} = \alpha_1 A_D^{\alpha_2} \quad (11)$$

$$W_{bf} = \alpha_3 A_D^{\alpha_4} \quad (12)$$

$$D_{bf} = \alpha_5 A_D^{\alpha_6} \quad (13)$$

$$A_{bf} = \alpha_7 A_D^{\alpha_8} \quad (14)$$

onde  $Q_{bf}$  é a vazão com margens plenas;  $W_{bf}$  é a largura com margens plenas;  $D_{bf}$  é a profundidade com margens plenas;  $A_{bf}$  é a área da seção transversal com margens plenas;  $A_D$  é a área de drenagem;  $\alpha_1$ ,  $\alpha_3$ ,  $\alpha_5$ , e  $\alpha_7$  são os coeficientes e  $\alpha_2$ ,  $\alpha_4$ ,  $\alpha_6$ , e  $\alpha_8$  são os expoentes de regressão.

Glickauf *et al.* (2007) e Harman *et al.* (1999) estabeleceram as equações regionais da geometria hidráulica para cursos d'água na área rural de uma planície litorânea da Geórgia/EUA e em Carolina do Norte/EUA respectivamente. As equações mostraram uma forte relação entre o nível de margens plenas dos cursos d'água e a área da seção transversal, profundidade, largura, vazão dominante e área de drenagem dos cursos d'água.

### Geometria hidráulica relacionada ao transporte de sedimentos

São poucos os estudos sobre a geometria hidráulica que consideram a relação matemática para o transporte de sedimentos (equação 4). Porém, os seguintes trabalhos citados mostram a importância de se relacionar também o comportamento dos sedimentos com relação às mudanças na forma dos cursos d'água.

Leopold & Maddock (1953) mostraram que tanto a vazão líquida como a vazão sólida são fatores essencialmente independentes do canal do curso d'água e dependentes da natureza da bacia de drenagem. Isso porque a carga de sedimentos em suspensão aumenta muito rapidamente com o aumento da vazão. Mas por outro lado, a relação entre os sedimentos em suspensão e unidade de volume de água tende a diminuir um pouco ao longo do curso d'água. Hafez (2001) desenvolveu uma equação para investigar as mudanças na largura de um rio a jusante de uma barragem devido a mudanças na vazão e no transporte de sedimentos. Para o desenvolvimento dessa equação ele combinou uma equação de transporte de sedimentos com uma lei de resistência do fluxo e aplicou essa equação em uma condição extrema de fator de atrito e de *stream power*. Turowski *et al.* (2008) definiram canais fluviais de leito rochoso como canais que não podem sofrer mudanças na sua forma sem que ocorra erosão dos seus leitos rochosos. Assim, eles descobriram que a geometria hidráulica desses tipos de canais em Taiwan é ajustada por meio do transporte de sedimentos dos rios. Ao contrário, a forma de canais montanhosos com leitos aluviais não depende da carga de sedimentos para se ajustar.

### Os expoentes *b-f-m* da geometria hidráulica

Existem muitas pesquisas que foram realizadas para investigar o comportamento dos expoentes *b-f-m* das equações 1, 2 e 3. Entre elas percebe-se que a maioria procura buscar alguma explicação para a variação dos valores desses expoentes. Outras pesquisas mostram alguns cuidados com relação à interpretação desses valores.

Park (1977) analisou a variação dos expoentes das relações da geometria hidráulica de vários trabalhos em várias bacias hidrográficas de diferentes tipos de clima. Os expoentes das seções mostraram grande variabilidade e não foi possível identificar alguma relação significativa com o clima. Griffiths (1980) analisou a variação dos expoentes das relações da geo-

metria hidráulica em rios da Nova Zelândia e observou que os valores encontrados são próximos aos valores dos expoentes encontrados em rios da América do Norte e da Grã-Bretanha. De Rose *et al.* (2008) investigaram dados hidrológicos de 29 bacias hidrográficas que foram agrupadas em sete regiões amplamente semelhantes quanto à geografia e à distribuição de chuvas. Os expoentes encontrados situam-se nos intervalos de 0,10 a 0,64, de 0,10 a 0,58 e de 0,05 a 0,55 para *b*, *f* e *m*, respectivamente. Grison & Kobiyama (2011) analisaram a variação dos expoentes das relações da geometria hidráulica por tipo de formação geológica. Para isso, selecionaram 22 tipos de formação geológica em nove bacias hidrográficas no Estado do Paraná. Com base em Knighton (1974), Singh (2003) mostrou a variabilidade dos expoentes baseada nos valores médios encontrados em diversos trabalhos sobre geometria hidráulica em uma determinada seção e em direção a jusante, realizados por diferentes autores (Tabelas 2 e 3).

**Tabela 2 - Valores dos expoentes de alguns trabalhos encontrados na literatura sobre geometria hidráulica em uma determinada seção transversal.**

Fonte	<i>b</i>	<i>f</i>	<i>m</i>
Leopold & Maddock (1953)	0,26	0,40	0,34
Wolman (1955)	0,04	0,41	0,55
Leopold & Miller (1956)	0,26	0,33	0,32
Leopold & Langbein (1962)	0,23	0,42	0,36
Langbein (1964)	0,23	0,42	0,35
Scott (1966)	0,35	0,42	0,55
	0,24	0,56	0,20
Leopold & Skibitzke (1967)	0,16	0,30	0,52
	0,06	0,43	0,53
	0,04	0,36	0,61
	0,08	0,41	0,52
	0,27	0,20	0,53
	0,10	0,40	0,49
Coates (1969)	0,36	0,20	0,44
Stall & Yang (1970)	0,23	0,41	0,36
Wilcox (1971)	0,09	0,36	0,53
Ponton (1972)	0,21	0,32	0,50
Knighton (1972)	0,29	0,40	0,31
	0,11	0,56	0,33
	0,23	0,27	0,50
Rilet (1978)	0,42	0,41	0,16
	0,35	0,48	0,17
	0,35	0,52	0,13
	0,38	0,46	0,16
Williams (1978)	0,49	0,24	0,27
Church (1980)	0,22	0,31	0,48
Lane & Foster (1980)	0,375	0,375	0,25
	0,32	0,32	0,36
Abrahams (1984)	0,419	-0,06	0,632
	-0,671	0,863	0,753
Philips & Harlin (1984)	0,367	0,049	0,580
	0,419	-0,095	0,67
Latrubesse & Aquino (1998)	0,12	0,53	0,35
Aquino <i>et al.</i> (2005)	0,03	0,50	0,46
Grison (2011)	0,08	0,36	0,54
Média	0,21	0,37	0,42

Fonte: adaptada de Singh (2003).

**Tabela 3 - Valores dos expoentes de alguns trabalhos encontrados na literatura sobre geometria hidráulica em direção à jusante.**

Fonte	<i>b</i>	<i>f</i>	<i>m</i>
Leopold & Maddock (1953)	0,50	0,40	0,10
Wolman (1955)	0,34	0,45	0,32
	0,38	0,42	0,32
	0,45	0,43	0,17
	0,42	0,45	0,05
	0,57	0,40	0,03
	0,58	0,40	0,02
Leopold & Miller (1956)	0,29	0,15	0,58
	0,31	0,20	0,49
Miller (1958)	0,38	0,25	0,39
Brush (1961)	0,55	0,36	0,09
Ackers (1964)	0,42	0,43	0,15
	0,43	0,43	0,14
	0,53	0,35	0,12
Langbein (1964)	0,53	0,37	0,10
Scott (1966)	0,69	0,12	0,19
	0,03	0,48	0,45
Carlston (1969)	0,461	0,383	0,155
	0,499	0,320	0,180
Thornes (1970)	0,40	0,34	0,25
	0,47	0,41	0,04
	0,11	0,32	0,59
	0,19	0,32	0,56
	0,51	0,50	0,01
	0,14	0,36	0,54
Ponton (1972)	0,60	0,40	-0,01
	0,80	0,44	-0,23
Knighton (1974)	0,61	0,31	0,08
Smith (1974)	0,60	0,30	0,10
	0,54	0,23	0,23
	0,46	0,16	0,38
Parker (1979)	0,50	0,415	0,085
Lane & Foster (1980)	0,46	0,46	0,081
Allen <i>et al.</i> (1994)	0,557	0,341	0,104
Grison (2011)	0,57	0,41	0,01
Média	0,45	0,35	0,19

Fonte: adaptada de Singh (2003).

Huang & Warner (1995), por meio de uma análise de regressão, investigaram os expoentes das relações de geometria hidráulica de jusante de dados de campo de canais estáveis nos EUA e de rios naturais nos EUA e no Reino Unido. Eles observaram que a geometria de jusante é na verdade o produto de controles multivariados, como vazão, declividade do canal, rugosidade do leito e composição de sedimentos das margens do canal.

Kolberg & Howard (1995) examinaram as variabilidades dos expoentes das relações da geometria hidráulica de 318 canais aluviais no Meio-Oeste dos EUA e de um banco de dados de 51 estações fluviométricas localizadas em Piemont e em uma planície litorânea, sem efeito de maré, de Virgínia e Carolina do Norte. Suas análises mostraram que os valores do expoente *b* se diferenciaram em função das variações dos materiais que formam o leito e as margens dos canais aluviais.

Rhodes (1977) alertou que nem sempre o valor médio dos expoentes é representativo. Ele mostrou que quando os valores plotados no diagrama triaxial (Figura 1) ficam muito dispersos, distribuídos entre as várias subdivisões e tipos de canais, a média desses valores não é representativa. Isso porque o valor médio plotado não representa os vários tipos de canais encontrados e sim apenas alguns desses canais. Geralmente isso acontece quando os estudos são feitos para grandes bacias hidrográficas. Ao contrário, em estudos de pequenas bacias, a média dos expoentes pode ser representativa, pois, os pontos plotados não se dispersam muito.

Segundo Merigliano (1997), a subdivisão  $m = f$  do diagrama triaxial (Figura 1) é a mais interessante, pois, ela relaciona a capacidade de transporte de sedimentos do canal que é essencial para mudanças de sua forma. O mesmo autor mostrou que, quando se relaciona dados previstos com observados, ocorre uma inconsistência. Essa inconsistência foi observada especialmente no caso de dados de seções com características de erosão do material do leito e de deposição desse material em curtos períodos de tempo, também chamadas de seções do tipo *scour* e *fill*.

Phillips (1990) mostrou que é preciso ter cuidado quanto à interpretação dos expoentes da geometria hidráulica. Ele mostrou que esses expoentes, quando calculados com dados de seções naturais dos rios, apresentam um comportamento mais complexo do que a geometria hidráulica convencional sugere. Isso porque as mudanças das condições de equilíbrio de um determinado sistema fluvial são controladas também pelas variáveis resistência do fluxo, declividade e gravidade da água, não somente pela largura, profundidade e velocidade.

### Modelagem matemática na geometria hidráulica

A modelagem matemática pode ser considerada como tópico mais explorado na geometria hidráulica. Muitos trabalhos já citados anteriormente utilizaram modelagem matemática para gerar seus resultados. Nesse foco serão citados vários trabalhos que utilizaram o recurso da modelagem matemática especificamente para investigar a teoria da geometria hidráulica.

Muitos estudos utilizaram a modelagem matemática para investigar a influência da forma de uma seção transversal e do leito de um canal em nível de margens plenas no comportamento das variáveis hidráulicas. Western *et al.* (1997) desenvolveu um modelo para a caracterização da variabilidade longitudinal de um canal. Esse modelo consiste em caracterizar a geometria de seções transversais por meio da relação da largura com profundidade do canal em nível de margens plenas. Também considera a forma do canal e a elevação do talvegue. A equação 15 mostra a relação assumida pelo modelo.

$$W^* = \omega D^{\tau} \quad (15)$$

onde  $W^*$  é a largura adimensional do canal ( $=w/D_{bf}$ );  $\omega$  é a taxa da largura pela profundidade do canal em nível de margens plenas ( $=w_{bf}/D_{bf}$ );  $D^*$  é a profundidade adimensional ( $=d/D_{bf}$ );  $\tau$  é o expoente que representa a potência de  $W^*$  ( $= (1/\psi) 1$ ); e  $\psi$  é um parâmetro de forma determinado pela profundidade média (razão entre área e largura do canal em nível de margens plenas) ( $=A_{bf}/W_{bf}$ ). Além disso, o modelo também considera uma tendência de elevação do talvegue:

$$\zeta = \frac{E}{D_{bf}} \quad (16)$$

onde  $\zeta$  é a elevação do talvegue (considerada em relação a uma linha imaginária com declividade constante); e  $E$  é a elevação da seção transversal em relação à linha imaginária do talvegue.

Huang & Nanson (2000) utilizaram as relações da geometria hidráulica em nível de margens plenas e o princípio da máxima eficiência do fluxo, definido como máxima capacidade de transporte de sedimentos por unidade de *stream power*:

$$Q_{s\max} = K_1 \cdot \tau_c \cdot \frac{\zeta_m^{10/11}}{(\zeta_m + 2)^{7/11}} \cdot \frac{4\zeta_m - 10}{30 - \zeta_m} \quad (17)$$

onde  $Q_{s\max}$  é a máxima vazão sólida ocorrida em função da carga sedimentar do leito;  $K_1 = \rho \cdot C_a \cdot N_a^{8/11} \cdot S^{7/11} \cdot Q^{8/11}$  e são coeficientes;  $\tau_c$  é a tensão cisalhante do fluxo ( $= 0,0.61 + 0,093 \cdot d$ ); e  $\zeta_m$  é o fator de forma (relação entre largura e profundidade do canal);  $\rho$  é a densidade do sedimento;  $N_a = 0,0253 \cdot d^{1/8}$ ;  $S$  é a declividade do leito; e  $Q$  é a vazão líquida. Pela introdução do fator de forma descobriram que o autoajuste dos canais aluviais pode ser modelado pelas relações básicas de continuidade do fluxo e pela resistência ao transporte de sedimentos. O intervalo de variação do fator de forma foi de 2,5 a 30. Por fim, eles concluíram que a condição ideal para o transporte de sedimentos em canais aluviais, considerando o fator de forma, declividade do canal e tamanho dos sedimentos, depende do princípio da máxima eficiência do fluxo.

Além dos modelos citados acima também existem outros que utilizam a teoria da geometria hidráulica para modelar o ajuste de um canal de um rio ao longo de seu curso d'água (Richards & Greenhalgh, 1984; Simon & Thorne, 1996; Phillips *et al.*, 2005). Existem também estudos procuram investigar a geometria hidráulica envolvendo vários parâmetros morfológicos. Mosley (1981) criou um modelo para a geometria hidráulica de rios na Nova Zelândia. Ele analisou um banco de dados de características morfológicas, hidrológicas e sedimentológicas de 72 rios. Em geral, os resultados do modelo mostram que 53% da variação da geometria hidráulica dos rios estudados pode ser explicada

pelos índices de regime hidrológico e características sedimentares, mais especificamente pelo índice de vazão dominante e de diâmetro médio dos sedimentos do leito. Darby (2005) analisou um banco de dados sobre material das margens de 62 seções transversais em 58 rios de leito de cascalho (com pedregulho) na Inglaterra. Esses dados foram analisados juntamente com dados de geometria hidráulica e o resultado desse trabalho serve para calibrar e verificar os modelos analíticos e numéricos de morfologia fluvial. As variáveis desse banco de dados são: coesão aparente, densidade de campo, coesão efetiva, ângulo de atrito, porcentagem volumétrica de água, porcentagem de índice de saturação, diâmetro médio das partículas da margem, porcentagem de areia, silte e argila. Para o cálculo da coesão aparente o autor utilizou a seguinte equação:

$$c_a = c' + \zeta \tan \phi_b \quad (18)$$

onde  $c_a$  é a coesão aparente;  $c'$  é a coesão efetiva;  $\zeta$  é a sucção matricial; e  $\phi_b$  é a taxa de variação da coesão aparente em relação a coesão efetiva.

Buhman *et al.* (2002) desenvolveram um modelo espacial estocástico para descrever a geometria hidráulica dos rios Mississipi e Vermelho nos EUA. As relações entre estatística espacial da geometria hidráulica e a largura dos canais em nível de margens plenas, sinuosidade dos canais, elevação do leito e espaçamento dos sistemas *riffle-pool* e composição das margens dos canais foram exploradas. O trabalho mostra como a incerteza do parâmetro geométrico (devido à espacial variabilidade e erro na medição da geometria hidráulica) pode ser incorporada em modelos prescritivos de processos fluviais. Xu (2004) com um banco de dados de rios de várias partes do mundo comparou a geometria hidráulica de rios de leitos arenosos com rios de leitos de pedregulhos. Para isso foram estabelecidas as relações entre largura, profundidade, taxa da largura pela profundidade e declividade com a vazão. Essas relações foram utilizadas para discriminação de padrões de canal sendo que a relação entre a profundidade e a vazão foi a que teve melhor desempenho. Descobriu-se que em nível de margens plenas rios com padrões trançados (*braided rivers*) possuem maior largura do que quando em forma de meandros. Também, em nível de margens plenas, a profundidade de rios em forma de meandros com leito arenoso é muito maior do que com leito de pedregulho e que este tem profundidade maior do que com padrões trançados. A diferença de declividade entre leitos arenosos e de pedregulho é muito maior do que entre rios em forma de meandros e trançados, sendo a declividade de rios com leito de pedregulho muito maior do que com leito arenoso.

Existem também estudos que utilizaram a modelagem matemática para verificar a variabilidade espacial da geometria hidráulica devido à localização das estações, onde se

considera uma seção transversal de estudo. Booker & Dunbar (2008) aplicaram modelos multiníveis para quantificar as variáveis da geometria hidráulica em rios na Inglaterra e Gales. Os modelos foram aplicados basicamente três níveis espaciais das estações de monitoramento das vazões: dentro das estações, entre as estações e entre as regiões das estações. Os modelos previram que ao longo do rio (entre as estações) existe maior variabilidade da geometria hidráulica, e também da hidrológica, do que entre rios de tamanhos similares (entre regiões das estações). Com base nisso, conclui-se que a área de drenagem da bacia é a principal responsável pelas variações naturais na geometria hidráulica. Stewardson (2005) criou um modelo para o estudo da geometria hidráulica por trechos de rios e mostrou que quando valores de trechos de rios são usados para o estudo da geometria hidráulica (em vez de seções transversais individuais) os expoentes das equações não somam um necessariamente. O motivo é que no caso da análise por trechos de rios talvez as variáveis largura, profundidade e velocidade média são mais fortemente relacionadas com a bacia hidrográfica do que simplesmente com seções transversais individuais. A função potencial da vazão foi ajustada por regressão para cada uma das médias das variáveis ( $\bar{X}$ ) e coeficientes de variação (CV) calculados para cada trecho com as equações:

$$\bar{X} = \alpha_{\bar{X}} Q^{\beta_{\bar{X}}} \quad (19)$$

$$X_{CV} = \alpha_{XCV} \left( \frac{Q}{\bar{Q}} \right)^{\beta_{XCV}} \quad (20)$$

onde  $X$  é a variável hidráulica do trecho do rio.

Ao se analisar trechos de rios com fluxos médios variando em várias ordens de grandeza o coeficiente de variação é considerado ainda mais adequado. Dessa forma, o autor mostrou que a análise da geometria hidráulica por trechos tende a reduzir a variabilidade dos expoentes associados com a seleção da localização da seção transversal e com qualquer erro aleatório de medição. Moody & Troutman (2002) modelaram a variabilidade espacial da largura e profundidade média para quatro trechos de rios de diferentes tamanhos. A análise da variabilidade foi feita pelo uso de um coeficiente de variação e por uma escala de comprimento integral no sentido jusante, igual a uma ou duas vezes a largura média do canal. Com isso foi criado um modelo autorregressivo para investigar a correlação entre a direção de jusante dos rios e a escala integral. Também foram obtidas equações de regressão para a largura e a profundidade. Para isso, além dos dados desse estudo foram utilizados de vários outros rios do mundo, inclusive dados do trabalho de Leopold & Maddock (1953). As equações 21 e 22 (análogas às equações 1 e 2) mostram essas regressões. Os coeficientes dessas equações variam de 2,6 a 20,2 e de 0,12 a 0,63, respectivamente.

$$w = 7,2 \cdot Q^{0,50 \pm 0,02} \quad (21)$$

$$d = 0,27 \cdot Q^{0,39 \pm 0,01} \quad (22)$$

Também a modelagem matemática foi utilizada para análise da geometria hidráulica em confluências de rios. Roy *et al.* (1988) relacionaram a geometria hidráulica e a velocidade do fluxo em uma confluência de rios (um tributário maior e outro menor) com o material do leito. Eles coletaram dados em duas seções transversais antes da confluência (uma seção em cada um dos tributários) e em duas seções após a confluência (uma bem próxima e outra um pouco à jusante). Os dados de velocidade foram medidos em sete condições e representam eventos desde os menores fluxos até o nível de margens plenas dos rios. Os autores observaram que a velocidade do fluxo aumenta quando passa pela confluência. Os valores do expoente  $m$  foram: 0,39 (tributário maior); 0,32 (tributário menor); 0,46 (confluência); e 0,46 (à jusante da confluência). Além disso, observaram que o aumento da velocidade começa a ocorrer bem abaixo do nível de margens plenas e vai até um ponto em que a resistência oferecida pelo interior das margens é completamente desprezível. Pela análise da relação entre vazão e área da seção transversal observaram que as somas dos expoentes  $b+f$  foram: 0,61 (tributário maior); 0,68 (tributário menor); 0,54 (confluência); e 0,54 (à jusante da confluência). Portanto, o aumento da área com o acréscimo da vazão é potencialmente maior nos tributários do que na confluência e a jusante da confluência. Concluíram que a aceleração do fluxo está associada com a geometria do plano da confluência, com as inclinações laterais dos canais, que permitem a convergência da água e com uma redução da rugosidade do material do leito na confluência. Também que devido ao raio de curvatura do afluente e ao ângulo de entrada a energia do fluxo na confluência aumenta com o acréscimo do nível d'água.

### Aplicações da geometria hidráulica

As aplicações da teoria da geometria hidráulica são muitas vezes o principal objetivo de se estudá-la. Atualmente se observa que muitos trabalhos destacam a importância dessa teoria para o gerenciamento de recursos hídricos. A Tabela 4 apresenta algumas aplicações da geometria hidráulica.

De maneira geral pode-se dizer que as aplicações resumidas na Tabela 4 foram feitas para entender o comportamento geomorfológico dos cursos d'água e conseqüentemente para preservar os canais desses cursos d'água e sua ecologia.

**Tabela 4: Aplicações da geometria hidráulica.**

Autor	Aplicações da geometria hidráulica
Heede (1972)	Ferramenta de auxílio no manejo florestal. O crescimento da floresta influencia na formação de degraus ao logo de cursos d'água. Além disso, o corte das florestas em locais de cursos d'água com fluxo em equilíbrio dinâmico e com movimentação significativa de material do leito deve ser minimizado porque a manutenção desse equilíbrio, por exemplo, ajuda a preservar a desova de peixes.
Gregory & Park (1974)	Avaliação do comportamento da forma de um canal a jusante de um reservatório. A construção do reservatório ocasionou uma diminuição da capacidade do canal à jusante da barragem. Vazões dominantes com tempo de retorno de 1,5 e 2,33 anos foram estimadas em cerca de 40% do valor daquelas obtidas antes da construção do reservatório.
Riggs (1978)	Projetos de canais de irrigação, prevenção de respostas do rio para regulação ou transferência de fluxo e estimação de vazões presentes ou passadas das dimensões do canal.
Stout (1979)	Recuperação de pontos de poluição.
Mosley (1982)	Estimativa de fluxo mínimo para passagem de peixes e atividades recreacionais, como remo.
Mosley & Jowett (1985)	Avaliação de habitat disponível para peixes.
Morisawa (1985)	Demonstração da influência do uso do solo nas mudanças da forma e tamanho de um canal. O acréscimo da vazão e o alargamento do canal podem acompanhar a urbanização de uma bacia.
Ferguson (1986)	Auxílio no monitoramento da vazão de um rio.
Hogan & Church (1989)	Descrição quantitativa de habitações ribeirinhas.
Kellerhals & Church (1989)	Descrição quantitativa de habitações ribeirinhas.
Jowett (1998)	Avaliação de fluxo ideal no rio para habitat, dentro de níveis razoáveis de precisão. As relações da geometria hidráulica de seção foram comparadas com medições de profundidade e velocidade.
Shields & Doyle (2000)	Projetos de restauração e renaturalização de rios.
Williams <i>et al.</i> (2002)	Projetos de restauração de rios em mangues. As relações da geometria hidráulica obtidas permitem estimar parâmetros de equilíbrio dos canais que podem ser úteis para prever a direção e a taxa de evolução dos sistemas de canais dos mangues.
Grison (2011)	Estudos de regionalização de vazão.

## Considerações finais

Muitos estudos sobre geometria hidráulica têm sido desenvolvidos desde o clássico trabalho de Leopold & Maddock (1953) até o presente momento. Ao fazer uma busca desses trabalhos observou-se que existem vários focos de estudo. Esse trabalho apresenta uma revisão sobre os principais focos encontrados e o que cada um deles aborda.

No caso da análise da geometria hidráulica de seção e/ou em direção à jusante alguns trabalhos foram desenvolvidos para tentar entender o comportamento da geometria hidráulica baseado nos tipos de rios e leitos, como rios efêmeros e leitos rochosos. Outros buscaram entender melhor as relações matemáticas da teoria e outros ainda procuram considerar além de variáveis hidráulicas também a influência de fatores ambientais nas relações matemáticas da teoria.

A análise da vazão dominante na geometria hidráulica mostrou que muitos trabalhos foram desenvolvidos para entender qual é o intervalo de tempo médio em que as vazões dominantes ocorrem em canais de rios naturais. Também o impacto da escolha de métodos de determinação de vazão dominante foi avaliado. Muitos outros trabalhos buscaram correlacionar as dimensões do canal em nível de margens plenas com a vazão dominante. Essas correlações foram definidas como Equações Regionais da Geometria Hidráulica.

A relação da geometria hidráulica com os sedimentos dos rios também foi motivo de estudos de alguns trabalhos sobre essa teoria. Além disso, o comportamento dos expoentes  $b$ - $f$ - $m$  foi investigado. A busca por uma explicação do por quê da variação dos valores desses expoentes, encontrados em vários estudos, foi motivo de muita investigação.

O emprego da modelagem na geometria hidráulica foi o foco de estudo mais encontrado nos diversos trabalhos. Entre esses trabalhos a geometria hidráulica foi modelada para investigar: a influência da forma de uma seção transversal e do leito de um canal em nível de margens plenas no comportamento das variáveis hidráulicas; a influência da capacidade de transporte de sedimentos de um rio, determinada pelo princípio da máxima eficiência do fluxo; o ajuste de um canal de um rio ao longo de seu curso; a variabilidade espacial da geometria hidráulica devido à localização das seções transversais e a influência da confluência de rios.

Por fim, algumas aplicações da geometria hidráulica foram estudadas. Em geral, pode-se dizer que as aplicações da teoria visam a auxiliar projetos de restauração de rios, com estimação de fluxo ideal para habitat no rio, projetos de irrigação e também auxílio no manejo florestal.

O presente trabalho mostrou a importância da teoria da geometria hidráulica, de que forma ela vem sendo estudada e como pode ser aplicada. Assim, espera-se que essa revisão esclareça um pouco mais sobre o que significa essa teoria e consequentemente contribua com futuros estudos e projetos que venham a utilizar a geometria hidráulica fluvial.

## Agradecimentos

Ao Laboratório de Hidrologia da UFSC por todo o apoio e atenção na pesquisa desse trabalho. Ao Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico (CNPQ) pelo auxílio financeiro durante a construção desse trabalho.

## Referências bibliográficas

- ABRAHAMS, A. D. Channel networks: A geomorphological perspective. **Water Resources Research**, v. 20, p.161-188, 1984.
- ACKERS, P. Experiments on small streams in alluvium. **Journal of the Hydraulics Division**, Proc. ASCE, v. 90, n. HY4, p.1-37, 1964.
- ALLEN, P. M.; ARNOLD, J. G.; BYARS, B. W. Downstream channel geometry for use of in planning-level models. **Water Resources Bulletin**, v. 30, n. 4, p.663-671, 1994.
- AQUINO, S.; STEVAUX, J. C.; LATRUBESSE, E. M. Regime hidrológico e aspectos do comportamento morfométrico do Rio Araguaia. **Revista Brasileira de Geomorfologia**, n. 2, 2005.
- BAGNOLD, R. A. An approach to the sediment transport problem from general physics. **United States Geological Survey**, Prof. Paper. 442-I, 42p, 1966.

- BRUSH, L. M. Drainage basins, channels, and flow characteristics of selected streams in central Pennsylvania. **U. S. Geological Survey Professional Paper** 282-F, p.145-175, 1961.
- BOOKER, D. J.; DUNBAR, M. J. Predicting river width, depth and velocity at ungauged sites in England and Wales using multilevel models. **Hydrological Processes**, v. 22, p. 4049-4057, 2008.
- BUHMAN, D. L.; GATES, T. K.; WATSON, C. C. Stochastic variability of fluvial hydraulic geometry: Mississippi and Red rivers. **Journal of Hydraulic Engineering**, v. 128, n. 4, p. 426-437, 2002.
- CARLING, P. The concept of dominant discharge applied to two gravel-bed streams in relation to channel stability thresholds. **Earth Surf. Process. Landforms**, v. 13, p. 355-367, 1988.
- CARLSTON, C. W. Downstream variations in the hydraulic geometry of streams: special emphasis on mean velocity. **American Journal of Science**, v. 267, p. 499-509, 1969.
- CASTRO, J. M.; JACKSON, P. L. Bankfull discharge recurrence intervals and regional hydraulic geometry relationships: patterns in the Pacific Northwest, USA. **Journal of the American Water Resources Association**, v. 5, n. 37, 2001.
- CHRISTOFOLETTI, A. **Geomorfologia Fluvial**. Editora Edgard Blucher, São Paulo, 1981. 313p.
- CHURCH, M. **On the equation of hydraulic geometry**. Department of Geography, University of British Columbia, Vancouver, Canadá, 1980.
- COATES, D. R. Hydraulic geometry in a glaciated region. **Transactions, American Geophysical Union**, v. 50, p. 149, 1969.
- DALRYMPLE, T. **Manual of Hydrology: Part 3. Flood-frequency analyses**. Geological Survey Water-Supply, Paper 1543-A, 1960, 80p.
- DARBY, S. E. Refined Hydraulic Geometry Data for British Gravel-Bed Rivers. **Journal of Hydraulic Engineering**, v. 131, n. 1, 2005.
- DE ROSE, R. C.; STEWARDSON, M. J.; HARMAN, C. Downstream hydraulic geometry of rivers in Victoria, Australia. **Geomorphology**, n. 99, p. 302-316, 2008.
- DUNNE, T.; LEOPOLD, L. B. **Water in Environmental Planning**. W. H. Freeman and Company, New York, 1978, 818p.
- DURY, G.H. Magnitude-frequency analysis and channel morphology. **Fluvial Geomorphology**. Allen and Unwin, p. 91-121, 1973.
- DURY, G.H. Discharge prediction, present and former from channel dimensions. **Journal of Hydrology**, v. 30, p. 219-245, 1976.
- DURY, G.H.; HAILS, J.R.; ROBBIE, H.B. Bankfull discharge and magnitude-frequency series. **Australian Journal of Science**, v. 26, p. 123-124, 1963.
- EBISEMIJU, F. S. The morphology and downstream hydraulic geometry relations of alluvial stream channels in a humid tropical environment, southwestern Nigeria. **IAHS**, n. 187, 1989.
- FERGUSON, R. I. Hydraulics and hydraulic geometry. **Progress in Physical Geography**, v. 10, p. 1-31, 1986.
- FERNANDEZ, O.V.Q. Relações de geometria hidráulica em nível de margens plenas nos córregos de Marechal Cândido Rondon, região oeste do Paraná. **Revista Geosul**, v. 19, n. 37, p. 115-134, 2004.
- FERNANDEZ, O. V. Q.; BORTOLUZZI, L. N. Magnitude e frequência das descargas dominantes em rios das regiões oeste e sudoeste do Paraná. **In: VII Simpósio Nacional de Geomorfologia**, Belo Horizonte-MG, Anais, 2008.
- GLICKAUF, S.; HARMAN, W.; BEVINGTON, S.; GILLAND, K. The development of bankfull hydraulic geometry relationships for streams of the Georgia coastal plain. **In: Proceedings of the Georgia Water Resources Conference**, University of Georgia, 2007.
- GREGORY, K. J. ; PARK, C. Adjustment of River Channel Capacity Downstream From a Reservoir. **Water Resources Research**, v. 10, p. 870-873, 1974.
- GRIFFITHS, G. Hydraulic geometry of some New Zealand gravel-bed rivers. **Journal of Hydrology**, v. 19, p. 106-18, 1980.
- GRISON, F.; KOBAYAMA, M. Geometria hidráulica em bacias hidrográficas paranaenses. **Revista Brasileira de Recursos Hídricos**, 2011 (no prelo).
- GRISON, F.; KOBAYAMA, M.; GIGLIO, J. N.; LARA, P. G. Análise preliminar de geometria hidráulica da bacia hidrográfica do Rio Iguaçu. **In: XVIII Simpósio Brasileiro de Recursos Hídricos**. Campo Grande: ABRH, Anais, 2009. CD-rom. 20p.
- HADADIN, N.; BDOUR, A. At-station hydraulic geometry for incised channels. **Journal of Applied Sciences**, v. 5, p. 1606-1612, 2005.
- HAFEZ, Y. I. River response to sediment loads. **In: Proceedings of World Water and Environmental Resources Congress, 2001**.
- HARMAN, W. A.; JENNINGS, G. D.; PATTERSON, J. M.; CLINTON, D. R.; SLATE, L. O.; JESSUP, A. G.; EVERHART, J. R.; SMITH, R. E. Bankfull Hydraulic Geometry Relationships for North Carolina Streams. **In: AWRA Wildland Hydrology Proceedings**. D. S. Olsen and J. P. Potyondy, editors. AWRA Summer Symposium. Bozeman, MT. 1999.
- HEEDE, B. H. Influences of a forest on the hydraulic geometry of two mountain streams. **Water Resources Bulletin**, v. 8, n. 3, p. 523-530, 1972.
- HELMIO, T. Hydraulic geometry of cohesive lowland rivers. **Boreal Environment Research**, v. 9, p. 243-251, 2004.
- HICKIN, E. J. Channel morphology bankfull stage and bankfull discharge of streams near Sydney, Austrália. **Journal of Science**, v. 30, p. 274-275, 1968.
- HOGAN, D. L.; CHURCH, M. Hydraulic geometry in small, coastal streams: progress towards quantification of salmonid habitat. **Canadian Journal of Fisheries and Aquatic Sciences**, v. 46, p. 844-852, 1989.

- HUANG, H. Q.; NANSON, G. C. Hydraulic geometry and maximum flow efficiency as products of the principle of least action. **Earth Surf. Process. Landforms**, v. 25, p. 1-16, 2000.
- HUANG, H. Q.; WARNER, R. F. The multivariate controls of hydraulic geometry: a causal investigation in terms of boundary shear distribution. **Earth Surface Processes And Landforms**, v. 20, p. 115-130, 1995.
- JOWETT, I. G. Hydraulic geometry of New Zealand rivers and its use as a preliminary method of habitat assessment. **Regul. Rivers: Res. Mgmt.**, v. 14, p. 451-466, 1998.
- KELLERHALS, R.; CHURCH, M. The morphology of large rivers: characterization and management. **In: Proceedings of the International Large Rivers Symposium**. Can. Spec. Publ. Fish. Aquat. Sci. 106, p. 31-48, 1989.
- KNIGHTON, A. D. Changes in braided reach. **Geological Society of America Bulletin**, v. 83, p. 3813-3922, 1972.
- KNIGHTON, A. D. Variation in width-discharge relation and some implications for hydraulic geometry. **Geological Society of America Bulletin**, v.85, p.1069-1076, 1974.
- KOLBERG, F. J.; HOWARD, A. D. Active channel geometry and discharge relations of U.S. Piedmont and Midwestern streams: the variable exponent model revisited. **Water Resources Research**, v. 31, n. 9, p. 2353-2365, 1995.
- LANE, L. J.; FOSTER, G. R. Modeling channel processes with changing land use. **Proceedings, ASCE Symposium on Watershed Management**, v. 1, p. 200-214, 1980.
- LANGBEIN, W. B. Geometry of river channels. **Journal of the Hydraulics Division, ASCE**, v. 90, n. HY2, p. 301-311, 1964.
- LATRUBESSE, E. M. Patterns of anabranching channels: The ultimate end-member adjustment of mega rivers. **Geomorphology**, v. 101, p. 130-145, 2008.
- LATRUBESSE, E. M.; AQUINO, S. Geometria hidráulica em rios da Amazônia Sul-Occidental. **Revista Geosul**, Florianópolis, v. 14, n. 27, p. 610-613, 1998.
- LATRUBESSE, E. M.; FRANZINELLI, E. The Holocene alluvial plain of the middle Amazon River, Brazil. **Geomorphology**, v. 44, p. 241-257, 2002.
- LAWRENCE, D. S. Analytical derivation of at-a-station hydraulic-geometry relations. **Journal of Hydrology**, v. 334, p. 17-27, 2007.
- LEE, J. S.; JULIEN, P. Y. Downstream hydraulic geometry of alluvial channels. **Journal of Hydraulic Engineering**, v. 132, p. 1347-1352, 2006.
- LEOPOLD, L. B.; MILLER J. P. Ephemeral streams-hydraulic factors and their relation to the drainage net. **United States Geological Survey**, Prof. Paper. 282A, 42p, 1956.
- LEOPOLD, L. B. **A View of the River**. Harvard University Press, Cambridge, Massachusetts, 1994. 290p.
- LEOPOLD, L. B.; MADDOCK, T. The hydraulic geometry of stream channels and some physiographic implications. **United States Geological Survey**, Prof. Paper. 252, 56p, 1953.
- LEOPOLD, L. H.; LANGBEIN, W. B. The concept of entropy in landscape evolution. **United States Geological Survey**, Prof. Paper 500-A, 20 p, 1962.
- LEOPOLD, L. B.; SKIBITZKE, H. E. Observations on measured rivers. **Geografika Annales**, v. 49A, n. 2-4, p.247-255, 1967.
- MERIGLIANO, M. F. Hydraulic geometry and stream channel behavior: a uncertain link. **Journal of the American Water Resources Association**, v. 33, n. 6, p. 1327-1336, 1997.
- MERRITT, D. M.; WOHL, E. E. Downstream hydraulic geometry and channel adjustment during a flood along an ephemeral, arid-region drainage. **Geomorphology**, v. 52, p. 165-180, 2003.
- MILLER, J. P. High mountain streams: Effect of geology on channel characteristics and bed material. **New Mexico Bureau of Mines and Mineral Resources**, Memo 4, Socorro, New Mexico, 1958.
- MONTGOMERY, D. R.; GRAN, K. B. Downstream variations in the width of bedrock channels. **Water Resources Research**, v. 37, n. 6, p. 1841-1846, 2001.
- MOODY, J. A.; TROUTMAN, B. M. Characterization of the spatial variability of channel morphology. **Earth Surf. Process. Landforms**, v. 27, p. 1251-1266, 2002.
- MORISAWA, M. **Rivers: Form and Process**. Harlow: Longman, 1985. 222p.
- MOSLEY, M. P. Semi-determinate hydraulic geometry of river channels, south island, New Zealand. **Earth Surf. Process. Landforms**, v. 6, p. 127-137, 1981.
- MOSLEY, M. P. Critical depths for passage in braided rivers, Canterbury, New Zealand. **New Zeal. J. Mar. Freshwat. Res.**, v. 16, p. 351-357, 1982.
- MOSLEY, M. P.; JOWETT, I. G. Fish habitat analysis using river flow simulation. **New Zeal. J. Mar. Freshwat. Res.**, v. 19, p. 293-309, 1985.
- NAVRATIL, O.; ALBERT, M. B.; HÉROUIN, E.; GRESILLON, J. M. Determination of bankfull discharge magnitude and frequency: comparison of methods on 16 gravel-bed river reaches. **Earth Surf. Process. Landforms**, v. 31, p. 1345-1363, 2006.
- PARK, C. C. World-wide variations in hydraulic geometry exponents of stream channels: an analysis and some observations. **Journal of Hydrology**, v. 33, p. 133-146, 1977.
- PARKER, G. Hydraulic geometry of active gravel rivers. **Journal of Hydraulic Division**, Proc. ASCE, v. 105, n. HY9, p. 1185-1201, 1979.
- PHILLIPS, J. D. The instability of hydraulic geometry. **Water Resources Research**, v. 26, n. 4, p. 739-744, 1990.
- PHILLIPS, P. J.; HARLIN, J. M. Spatial dependency of hydraulic geometry exponents in a subalpine stream. **Journal of Hydrology**, v. 71, p. 277-283, 1984.
- PHILLIPS, J. D.; SLATTERY, M. C.; MUSSELMAN, Z. A. Channel adjustments of the lower Trinity River, Texas,

- downstream of Livingston Dam. **Earth Surf. Process. Landforms**, v. 30, p. 1419–1439, 2005.
- PONTON, J. R. Hydraulic geometry in the Green and Birkenhead river basins, British Columbia. **Mountain Geomorphology: Geomorphological Processes in the Canadian Zcordillera**, p. 151-160, 1972.
- RHODES, D. D. The b-f-m diagram: graphical representation and interpretation of at-a-station hydraulic geometry. **American Journal of Science**, v. 277, p. 73–42, 1977.
- RICHARDS, K.; GREENHALGH, C. River channel change: problems of interpretation illustrated by the river Derwent, North Yorkshire. **Earth Surf. Process. Landforms**, v. 9, p. 175–180, 1984.
- RIDENOUR, G. S.; GIARDINO, J. R. **The statistical study of hydraulic geometry: a new direction for compositional data analysis**. *Mathematical Geology*, v. 23, n. 3, p. 349-366, 1991.
- RIGGS, H. C. Streamflow characteristics from channel size. **Journal of the Hydraulics Division**, n. 104, p. 87-96 d, 1978.
- RILEY, S. J. Comparison of morphometric measures of bankfull. **Journal of Hydrology**, v. 17, p. 23–31, 1972.
- RILEY, S. J. Aspects of bankfull geometry in a distributary system of eastern Australia. **Hydrological Sciences Journal**, v. 21, p. 545-560, 1976.
- RILEY, S. J. The role of minimum variance theory in defining the regime characteristics of the lower Namoi-Gwydir basin. **Water Resources Bulletin**, v. 14, p. 1-11, 1978.
- ROY, A. G.; ROY, R.; BERGERON, N. Hydraulic geometry and changes in flow velocity at a river confluence with coarse bed material. **Earth Surface Processes and Landforms**, v. 13, p. 583-598, 1988.
- SCOTT, C. H. Suspended sediment and the hydraulic geometry of channels. *Erosion and Deposition in the Loess-Mantled Great Plains, Madison Creek Drainage Basin, Nebraska*, **Geological Survey Professional Paper 352-H**, Washington, D. C., 1966.
- SHIELDS, F. D. Jr.; DOYLE, M. W. Sedimentation Engineering Design in River Restoration: System Stability Assessment for Design Guidance. In: **Walton, R. and Nece, R. E. Proceedings of the 1999 International Water Resources Engineering Conference, Environmental and Water Resources Institute of the American Society of Civil Engineers**, Reston, 10p, 2000.
- SIMON, A.; THORNE, C. R. Channel adjustment of an unstable coarse-grained stream: opposing trends of boundary and critical shear stress, and the applicability of extremal hypotheses. **Earth Surface Processes and Landforms**, v. 21, p. 155-180, 1996.
- SINGH, V.P. On the theories of hydraulic geometry. **International Journal of Sediment Research**, v. 18, p. 196-218, 2003.
- SINGH, V. P.; ZHANG, L. At-a-station hydraulic geometry relations, 1: theoretical development. **Hydrological Process**, v. 22, p. 189-215, 2008a.
- SINGH, V. P.; ZHANG, L. At-a-station hydraulic geometry relations, 2: calibration and testing. **Hydrological Process**, v. 22, p. 216-228, 2008b.
- SINGH, V. P.; YANG, C. T.; DENG, Z. Q. Downstream hydraulic geometry relations: 1. Theoretical development. **Water Resources Research**, v. 39, n. 12, SWC2-1–SWC2-15, 2003a.
- SINGH, V. P.; YANG, C. T.; DENG, Z. Q. Downstream hydraulic geometry relations: 2. Calibration and testing. **Water Resources Research**, v. 39, n. 12, SWC3-1–SWC3-10, 2003b.
- SMITH, T. R. A derivation of the hydraulic geometry of steady-state channels from conservation principles and sediment transport laws. **Journal of Geology**, v. 82, p. 98-104, 1974.
- STALL, J. B.; YANG, C. T. Hydraulic geometry of 12 selected stream systems of the United States. **University of Illinois, Water Resources Research Center, Research Report**, n. 32, 1970.
- STEWARDSON, M. J. Hydraulic geometry of stream reaches. **Journal of Hydrology**, v. 306, p. 97-111, 2005.
- STOUT, H. P. Prediction of oxygen deficits associated with effluent inputs to the rivers of the Forth catchment. **Proceedings of the Institution of Civil Engineers**, v. 2, p. 51-64, 1979.
- THORNES, J. B. The hydraulic geometry of stream channels in the Xingu-Araguaia headwaters. **Geographical Journal**, v. 136, p. 366-82, 1970.
- TUROWSKI, J. M.; HOVIUS, N.; WILSON, A.; HORNG, M. J. Hydraulic geometry, river sediment and the definition of bedrock channels. **Geomorphology**, v. 99, p. 26–38, 2008.
- WESTERN, A. W.; FINLAYSON, B. L.; MCMAHON, T. A.; O'NEILL, I. C. A method for characterising longitudinal irregularity in river channels. **Geomorphology**, v. 21, p. 39-51, 1997.
- WILCOCK, D. N. Investigation into the relations between bed load transport and channel shape. **Geol. Soc. America Bull.**, v. 82, p. 2159-2176, 1971.
- WILKERSON, G. V. Improved bankfull discharge prediction using 2-year recurrence-period discharge. **Journal of the American Water Resources Association**, v. 44, n. 1, p. 243-258, 2008.
- WILLIAMS, P. B.; ORR, M. K.; GARRITY, N. J. Hydraulic Geometry: A Geomorphic Design Tool for Tidal Marsh Channel Evolution in Wetland Restoration Projects. **Restoration Ecology**, v. 10, n. 3, p. 577-590, 2002.
- WILLIAMS, G. P. Bank-full discharge of rivers. **Water Resources Research**, v. 14, p. 1141–1154, 1978.
- WOHL, E. Downstream hydraulic geometry along a tropical mountain river. In: **The Rio Chagres: A multidisciplinary profile of a tropical watershed**, R. S. Harmon, ed, Kluwer Academic Publishers, New York-NY, p. 169-188, 2005.
- WOLMAN, M. G. The natural channel of brandywine creek, Pennsylvania. **Geological Survey, Prof. Paper 271**, 63p, 1955.
- WOLMAN, M. G.; LEOPOLD, L. B. River flood plains: some observations on their formation. **United States Geological Survey, Prof. Paper 282-C**, 30p, 1957.
- XU, J. Comparison of hydraulic geometry between sand and gravel-bed rivers in relation to channel pattern discrimination. **Earth Surf. Process. Landforms**, v. 29, p. 645–657, 2004.

## Anexo

Símbolo	Descrição
$A$	Área da seção transversal
$a$	Coefficiente da relação da geometria hidráulica para largura
$A_{bf}$	Área da seção transversal com margens plenas
$A_D$	Área de drenagem
$b$	Expoente da geometria hidráulica para largura
$c$	Coefficiente da geometria hidráulica para profundidade
$c_a$	Coesão aparente
$c'$	Coesão efetiva
$d$	Profundidade
$D_{bf}$	Profundidade com margens plenas
$D$	Profundidade adimensional
$E$	Elevação da seção transversal em relação a linha imaginária do talvegue
$f$	Expoente da geometria hidráulica para profundidade
$i$	Numero da ordem de uma vazão máxima
$j$	Expoente da geometria hidráulica para a carga sedimentar
$k$	Coefficiente da geometria hidráulica para velocidade
$L$	Carga sedimentar
$m$	Expoente da geometria hidráulica para velocidade
$N$	Numero de anos considerados na análise de tempo de retorno
$p$	Coefficiente da geometria hidráulica para a carga sedimentar
$Q$	Vazão
$Q_{bf}$	Vazão em nível de margens plenas
$Q_{s\ max}$	Máxima vazão sólida
$r$	Coefficiente da geometria hidráulica para a declividade superficial da água
$s$	Declividade superficial da água
$S$	Declividade do leito
$SP$	Potência do escoamento
$T$	Tempo de retorno
$X$	Variável hidráulica do trecho do rio
$v$	Velocidade
$z$	Expoente da geometria hidráulica para a declividade superficial da água
$w$	Largura
$W_{bf}$	Largura com margens plenas
$W$	Largura adimensional do canal
$\omega$	Taxa da largura pela profundidade do canal em nível de margens plenas
$\alpha_1$	Coefficiente da relação da geometria hidráulica regional para vazão com margens plenas
$\alpha_2$	Expoente da relação da geometria hidráulica regional para vazão com margens plenas
$\alpha_3$	Coefficiente da relação da geometria hidráulica regional para largura com margens plenas
$\alpha_4$	Expoente da relação da geometria hidráulica regional para largura com margens plenas
$\alpha_5$	Coefficiente da relação da geometria hidráulica regional para profundidade com margens plenas
$\alpha_6$	Expoente da relação da geometria hidráulica regional para profundidade com margens plenas
$\alpha_7$	Coefficiente da relação da geometria hidráulica regional para área da seção transversal com margens plenas
$\alpha_8$	Expoente da relação da geometria hidráulica regional para a área da seção transversal com margens plenas
$\gamma$	Peso específico da água
$\Psi$	Parâmetro de forma
$\tau$	Expoente que representa a potência de $W^*$
$\zeta$	Elevação do talvegue
$\tau_c$	Tensão cisalhante do fluxo
$\zeta_m$	Fator de forma
$\rho$	Densidade do sedimento
$\xi$	Sucção matricial
$\phi_b$	Taxa de variação da coesão aparente em relação à coesão efetiva.