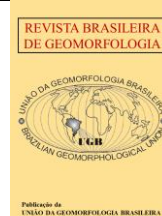




<https://rbgeomorfologia.org.br>
ISSN 2236-5664



Nota técnica

Bases teóricas do modelo stream-power de incisão fluvial

Theoretical basis of the stream-power river incision model

Daniel Peifer ¹, Édipo H. Cremon ², Pedro Val ³, e Nelson F. Fernandes ⁴

¹ Universidade Federal de Minas Gerais, Departamento de Geologia, Belo Horizonte, Brasil. peiferdaniel@gmail.com

ORCID: <https://orcid.org/0000-0001-9238-5072>

² Instituto Federal de Goiás, Grupo de Estudos em Geomática, Goiânia, Brasil. edipo.cremon@ifg.edu.br

ORCID: <https://orcid.org/0000-0003-3174-7273>

³ Universidade Federal de Ouro Preto, Departamento de Geologia, Ouro Preto, Brasil. pval@ufop.edu.br

ORCID: <https://orcid.org/0000-0001-5370-4122>

⁴ Universidade Federal do Rio de Janeiro, Departamento de Geografia, Rio de Janeiro, Brasil. nelsonff@acd.ufrj.br

ORCID: <https://orcid.org/0000-0003-4747-3342>

Recebido: 05/07/2021; Aceito: 26/10/2021; Publicado: 06/04/2022

Resumo: A ausência de literatura nacional explicativa sobre o principal modelo matemático que descreve a erosão fluvial em escalas de tempo geológico ($>10^3$ anos), o modelo *stream-power*, é um fator limitante na formação de jovens geomorfólogos em consonância com o cenário internacional da disciplina. Isto dificulta o desenvolvimento de pesquisa geomórfica no Brasil que tenha inserção internacional. Esta nota técnica preenche esta importante lacuna da geomorfologia quantitativa brasileira com o primeiro trabalho em língua portuguesa que apresenta a derivação e as implicações do modelo *stream-power*. É nítida a tendência recente de trabalhos nacionais que empregam algoritmos sofisticados, relacionados com o modelo *stream-power*, para extrair informações quantitativas de modelos digitais de elevação. Ainda assim, o entendimento sobre a teoria física e matemática que embasa essas métricas topográficas é, no melhor dos casos, incipiente. Aqui, apresentamos a derivação do modelo *stream-power* usando duas abordagens, a primeira partindo da tensão de cisalhamento média e a segunda da taxa de perda de energia potencial por unidade de área do leito. Descrevemos a mecânica simplificada de diferentes processos de erosão fluvial visando esclarecer uma noção genérica de “incisão fluvial” como resultado de um processo único, e, por fim, listamos as principais limitações do modelo.

Palavras-chave: Rios; Rios de leito rochoso; Perfis longitudinais; Erosão; Geomorfologia.

Abstract: The absence of explanatory literature in Portuguese on the primary mathematical model that describes bedrock channel evolution in geological time scales ($>10^3$ years), the stream-power model, is a limiting factor in training young geomorphologists in line with the international scenario of the discipline. This fact makes it challenging to develop geomorphic research in Brazil that has international insertion. This technical note fills this critical gap in Brazilian quantitative geomorphology with the first study in Portuguese that presents the derivation and implications of the stream-power model. It is reasonable to assume a recent trend of empirical studies investigating Brazilian landscapes employing sophisticated algorithms related to the stream-power model to extract quantitative information from digital elevation models. Nevertheless, the general understanding of the physical and mathematical theory behind these topographic metrics is incipient, at best. Here we present the derivation of the stream-power model from simple energy considerations using two approaches, the first based on the shear stress and the second from the rate of potential energy loss per unit area of the channel bed. We describe the simplified mechanics of different river erosion processes to clarify a pervasive notion of “river incision” due to a single process. Finally, we list the main limitations of the model.

Keywords: Rivers; Bedrock rivers; Longitudinal profiles; Erosion; Geomorphology.

1. Introdução

Trechos em que o leito rochoso de um rio está exposto estão sujeitos à incisão fluvial. Estes rios, denominados *bedrock rivers* na literatura internacional, erodem verticalmente seu próprio leito em escalas de tempo milenares e ao longo de milhões de anos. Essa característica fundamental faz com que os rios de leito rochoso controlem a dinâmica e evolução topográfica de paisagens erosivas (HOWARD, 1994; WHIPPLE; DIBIASE; CROSBY, 2013; LAGUE, 2014). Em estados estacionários (*e.g.*, equilíbrio topográfico), as taxas nas quais um rio escava verticalmente seu leito são diretamente dependentes do soerguimento crustal prevalente, sendo a eficiência da erosão fluvial ditada pela resistência do substrato rochoso e pelo clima (lê-se pluviosidade) (HOWARD, 1994; WHIPPLE; TUCKER, 1999). Quaisquer mudanças nestas condições de contorno, ou seja, nas taxas de soerguimento crustal, nas condições climáticas impostas ou erodibilidade das rochas expostas na superfície, determinam modificações nas taxas de erosão fluvial que são propagadas a montante por toda a rede de drenagem (WHIPPLE; DIBIASE; CROSBY, 2013). Leis de erosão fluvial ancoradas em princípios físicos permitem estimar quanto tempo levaria para que essas supostas mudanças de condições de contorno se propagarem por toda a rede de drenagem e, ainda, quais seriam as amplitudes topográficas esperadas ao atingir um novo estado estacionário. Compreender a base teórico-quantitativa da incisão fluvial é, portanto, fundamental para o entendimento de cenários de evolução de paisagens e gatilhos de mudanças topográficas plausíveis.

Muitos aspectos da erosão fluvial foram introduzidos nos trabalhos pioneiros de Gilbert (1877) e Powell (1895). No entanto, esses embasamentos conceituais foram somente relacionados à teoria dos processos físicos em 1966 por Bagnold (1966). Somente após a sua incorporação em modelos matemáticos (*e.g.*, HOWARD, 1994; WHIPPLE; TUCKER, 1999), pudemos quantificar que a resposta transiente da rede de drenagem diante de mudanças nas condições de contorno ocorre, geralmente, em escalas de tempo de 10^4 - 10^7 anos (WHIPPLE; DIBIASE; CROSBY, 2013), o que implica que não podemos observar esses ajustes na natureza. Sabemos, todavia, que os processos geomorfológicos obedecem necessariamente às leis da Física. Assim, integramos observações empíricas de formas topográficas com a teoria dos processos erosivos para construir e testar hipóteses sobre a história geomórfica das paisagens.

O modelo matemático de incisão fluvial *stream-power* (SPM) é amplamente aplicado para desvendar a evolução da morfologia de rios ao longo de escalas de tempo geológico (LAGUE, 2014). Esse modelo descreve a taxa de erosão fluvial de longo-termo (E , em $m \cdot y^{-1}$) como uma função potência, com expoentes positivos (m e n), da área de contribuição a montante (A , em m^2), da declividade local do canal fluvial (S , adimensional, uma vez que expressa $m \cdot m^{-1}$), e de um termo de eficiência erosiva ou erodibilidade (K , em $m^{1-2m} \cdot y^{-1}$), em que (HOWARD; KERBY, 1983):

$$E = K \cdot A^m \cdot S^n \quad (1)$$

Essa formulação simples foi demonstrada na literatura como capaz de reproduzir expectativas teóricas e corresponder a observações na natureza sobre a morfologia de rios de leito rochoso em equilíbrio e em estado transiente (LAGUE, 2014). Por isso, esse modelo foi aplicado para resolver diversos problemas geomorfológicos, tendo alcançando uma difusão tão expressiva nas últimas décadas que dizemos que o SPM “*is a cornerstone of quantitative geomorphology*” (LAGUE, 2014, p. 1).

Apesar dessa ampla projeção internacional, o SPM foi pouco explorado na literatura nacional (*e.g.*, PEIFER; CREMON; ALVES, 2020). Nesse sentido, é emblemático que não tenhamos cunhado uma tradução consensual para o SPM, embora alguns autores tenham-no traduzido como “potência de corrente” (CHRISTOFOLETTI, 1981), “potência de escoamento” (LIMA, 2010; GRISON; KOBIYAMA, 2011), “potência de canal” (STEVAUX; LATRUBESSE, 2017) e “potência hidráulica” (MACEDO et al., 2020). O termo *stream-power* representa um jogo de palavras que se refere, ao mesmo tempo, ao tipo de equação que ele descreve – ou seja, uma função potência –, e também à sua finalidade como medida da potência que um rio tem para erodir verticalmente o seu leito e transportar os sedimentos a ele fornecidos. Recomendamos aqui que o SPM seja referido em português como modelo de “potência fluvial”, fazendo uso, assim, de um jogo de palavras similar ao original. Trabalhos recentes que utilizam o modelo de potência fluvial para resolver problemas geomórficos costumam partir de sua formulação mais generalizada, expressa na Eq. 1, assumindo que o leitor está ciente da teoria física que sustenta a derivação dessa expressão matemática (*e.g.*, VAL et al., 2014; GALLEN, 2018; PEIFER et al., 2021). Tal suposição é razoável porque o modelo de potência fluvial foi amplamente empregado na literatura e, também, porque vários

trabalhos anteriores apresentaram a sua derivação (e.g., HOWARD, 1994; WHIPPLE; TUCKER, 1999; SNYDER et al., 2000). No entanto, a derivação do modelo de potência fluvial não foi apresentada em língua portuguesa.

Dessa barreira linguística/metodológica resulta uma importante lacuna na literatura nacional que se reflete em uma relativa ausência de trabalhos empíricos e numéricos que apliquem esse modelo para investigar a história geomórfica de paisagens brasileiras. Ainda assim, facilitado pelo desenvolvimento recente de programas sofisticados de análise topográfica como o TopoToolbox (SCHWANGHART; SCHERLER, 2014) e o LSDTopotools (MUDD; CLUBB; HURST, 2020), além de progressos teóricos importantes como a “análise integral” (PERRON; ROYDEN, 2013), é razoável assumir que as pesquisas geomórficas nacionais tendem a utilizar cada vez mais o modelo de potência fluvial. Todavia, a ausência de uma explicação, em língua portuguesa, sobre a derivação e o significado do modelo de potência fluvial, dificulta o seu uso no Brasil para a extração de informações quantitativas de dados topográficos, e isto é um fator limitante importante na formação de jovens geomorfólogos.

Esta nota técnica visa preencher a lacuna descrita acima e fornecer um ponto de partida não só para o embasamento teórico deste método, mas também para o entendimento dos principais trabalhos internacionais neste tema, funcionando, assim, como um guia, principalmente para pós-graduandos que desenvolvem pesquisa em geomorfologia. Iniciamos descrevendo a mecânica simplificada e as características dos diferentes processos através dos quais rios erodem verticalmente o leito rochoso. Em seguida, derivamos o modelo de potência fluvial usando duas abordagens. A primeira delas parte da tensão de cisalhamento média do canal fluvial, enquanto a segunda apresenta a derivação a partir da taxa de perda de energia potencial por unidade de área do leito. Por fim, apontamos as principais limitações do SPM. Enfatizamos que a derivação do modelo de potência fluvial foi elaborada e aperfeiçoada por outros autores, em trabalhos anteriores (e.g., HOWARD, 1994; WHIPPLE; TUCKER, 1999; SNYDER et al., 2000), cabendo a esta nota apenas uma revisão.

2. Processos de incisão fluvial

Embora seja comum na linguagem geomorfológica que expressemos o termo “incisão fluvial” de forma genérica, como se tratássemos de um processo único, a erosão fluvial se dá por uma gama de processos superficiais cuja mecânica e interações com o tipo e a qualidade das rochas expostas no canal – significando a litologia, a densidade de descontinuidades estruturais e o grau de intemperismo –, são distintas. Assim, vários processos contribuem para a incisão fluvial em rios de leito rochoso, sendo os principais a abrasão (*abrasion*), o destacamento (*plucking*), a corrosão (*corrosion*), a cavitação (*cavitation*), e a escavação por fluxo de detritos (*debris-flow scour*). A abrasão domina a incisão fluvial quando a rocha subjacente é maciça ou apresenta baixa densidade de descontinuidades estruturais. O desgaste abrasivo é responsável por esculpir na rocha as formas erosivas de leito fluvial mais conhecidas, tais como as marmitas (*potholes*), as estrias erosivas (*flutes*) e as marcas de onda (*ripples*), que podem apresentar alguns centímetros ou até vários metros de diâmetro (WHIPPLE; HANCOCK; ANDERSON, 2000). A abrasão é o resultado de colisões energéticas entre os sedimentos detríticos transportados pelo rio e as rochas expostas. Cada impacto produz danos tanto no sedimento transportado quanto na rocha exposta. Assim, a abrasão atua alisando e polindo a superfície das rochas, além de quebrar arestas e protuberâncias das rochas expostas e dos sedimentos transportados. O número de impactos abrasivos aumenta com o aporte de sedimentos fornecidos ao canal e a porcentagem de exposição de rocha no leito. Entendemos, portanto, que os sedimentos detríticos são ferramentas necessárias para a abrasão. Entretanto, caso o aporte de sedimentos aumente a um ponto que supere a capacidade de transporte do canal, tal que o leito rochoso passe a estar recoberto, as taxas de incisão fluvial por abrasão se reduzirão, pois o leito recoberto estará protegido de impactos abrasivos (SKLAR; DIETRICH, 2001).

Por sua vez, o destacamento é o processo dominante de incisão fluvial quando as rochas subjacentes apresentam um número expressivo de juntas, fraturas e planos de estratificação posicionados próximos entre si. A erosão fluvial por destacamento requer: 1) a produção de blocos de rocha limitados por descontinuidades estruturais que sejam “descolados” das rochas circundantes, e 2) o subsequente arraste e transporte desses blocos rochosos soltos. Os processos que contribuem para o enfraquecimento, propagação de rachaduras e eventual destacamento dos blocos de rocha a partir das descontinuidades estruturais incluem (WHIPPLE; HANCOCK; ANDERSON, 2000): (i) intemperismo físico e químico ao longo de juntas, fraturas, e planos de acamamento (e.g., congelamento e descongelamento de superfícies rochosas expostas, aquecimento e resfriamento, e dissolução); (ii) impactos de sedimentos detríticos de calibre alto causando tensões diferenciais instantâneas altas, resultando na propagação vertical e lateral de rachaduras; (iii) efeito de cunha hidráulica em que a acumulação de seixos,

cascalhos, e areias grossas em pequenas fissuras pré-existentes causa rachaduras que crescem progressivamente; (iv) propagação de fissuras induzidas por flutuações de pressões em fluxos turbulentos intensos. Uma vez que um conjunto de juntas/fraturas abertas tenha se formado, “descolando” o bloco rochoso das rochas em seu redor, o bloco precisa ser arrancado de sua posição no leito. Esse arranque é difícil de ocorrer devido às várias forças resistentes ao arranque, como a componente normal do peso, o atrito nas bordas do bloco e a pressão instantânea na superfície superior do bloco. O arranque desses blocos soltos e o seu transporte posterior acontecem somente quando as forças hidráulicas de arraste e de pressão instantânea média na base do bloco são superiores às forças que resistem ao arranque. O arranque é, assim, o processo que limita a taxa de erosão fluvial por destacamento, explicando, dessa forma, porque canais dominados por destacamento apresentam numerosos blocos rochosos angulares e fragmentos de rocha em seus leitos (WHIPPLE; HANCOCK; ANDERSON, 2000).

Entendemos que os outros processos de incisão fluvial contribuem, de modo geral, em menor grau para a erosão do leito rochoso do que os processos de abrasão e destacamento (WHIPPLE; DIBIASE; CROSBY, 2013). Todavia, é provável que todos esses processos se combinem ao longo do curso de rio de leito rochoso, de modo que a ação de um facilite o trabalho subsequente dos outros processos. Assim, corrosão diz respeito a uma variedade de processos de intemperismo e, sobretudo, dissolução, que atuam enfraquecendo a coesão das rochas subjacentes, aprofundando descontinuidades estruturais, e até mesmo removendo massa (WHIPPLE; DIBIASE; CROSBY, 2013). A cavitação é um processo pouco explorado empiricamente que envolve a formação de bolhas de ar na água, relacionadas com flutuações de pressão de fluido ligadas a vórtices e fluxo turbulento, que, ao implodir, podem quebrar as rochas circundantes (WHIPPLE; HANCOCK; ANDERSON, 2000). Por fim, é relativamente comum, em paisagens erosivas, a ocorrência de um movimento de massa referido como fluxo de detritos (*debris-flow*). Esse processo envolve um fluxo rápido de matéria morro abaixo – e, eventualmente, rio adentro – que, por ser caracterizado por um extraordinário potencial erosivo, consegue efetivamente “varrer” blocos de rocha e sedimentos aluviais e escavar as rochas subjacentes, expondo, assim, rochas frescas na superfície (STOCK; DIETRICH, 2006).

3. Derivando o modelo de potência fluvial (*stream-power*)

Existem modelos matemáticos que descrevem a mecânica de um processo de incisão fluvial específico (*e.g.*, incisão por destacamento: GABET, 2020) que são, no entanto, relativamente pouco fidedignos à natureza, uma vez que a nossa compreensão sobre a mecânica desses processos é incompleta (WHIPPLE; DIBIASE; CROSBY, 2013). Neste sentido, modelar a evolução de longo-termo de um canal fluvial a partir da quantificação da contribuição individual de cada um dos diferentes processos superficiais atuantes é uma tarefa destinada ao fracasso do ponto de vista da precisão analítica e, também, do poder computacional. Uma solução é, ao invés de tentar reproduzir a realidade, aproximar, em primeira ordem, as consequências conjuntas de todos os processos, ou seja, a erosão. É justamente isto que o modelo de potência fluvial faz: não resolve a mecânica por trás de cada processo específico de incisão fluvial, mas, sim, agrupa todos os processos em uma formulação única para quantificar a erosão fluvial total de longo-termo (E) (WHIPPLE; HANCOCK; ANDERSON, 2000).

Podemos derivar o modelo de potência fluvial a partir de considerações energéticas simples partindo da premissa razoável que E é uma função potência da tensão de cisalhamento média do canal (*shear-stress* ou τ_b) ou da taxa de redução de energia potencial gravitacional por unidade de área do leito fluvial, referida como “*stream-power* específico” (*unit stream-power* ou ω). Isso significa que conseguimos alcançar a Eq. 1 a partir de duas abordagens teóricas diferentes, o que demonstra a versatilidade do modelo e a sua habilidade em reproduzir expectativas teóricas sobre a morfologia e dinâmica erosiva de canais fluviais. Com o propósito de facilitar a compreensão da teoria por trás do modelo de potência fluvial, apresentamos abaixo as suas derivações a partir de τ_b e de ω , bem como relacionamos as duas abordagens.

3.1. Derivação a partir da tensão de cisalhamento (τ_b)

A força gravitacional que atua sobre um corpo em um plano inclinado, tal qual um rio fluindo na direção do nível de base, se divide em um componente paralelo e um componente perpendicular à superfície. A ação de forças externas (*e.g.*, a força gravitacional) sobre um corpo sólido gera forças internas no corpo que tendem a provocar a sua deformação, isto é, mudanças na configuração geométrica do corpo como, por exemplo, dilatação, compressão ou torção. Tensão é uma medida da intensidade das forças internas resultantes da ação de uma força externa sobre um corpo, quantificada como força por unidade de área. No cenário em que um corpo está sobre um plano

inclinado (e.g., água ou grão sobre o leito de um rio), os componentes do peso que atuam paralelo e perpendicular à superfície resultam em tensões paralelas e perpendiculares à superfície. Nesse caso, a tensão que atua perpendicular à superfície é chamada de “tensão normal” e a tensão que atua paralela à superfície é chamada de “tensão de cisalhamento”. A tensão de cisalhamento tende a impulsionar o corpo declive abaixo, e esse movimento é resistido pelo atrito entre o corpo e a superfície subjacente e também pela tensão normal (Fig. 1). No caso de um rio fluindo na direção do nível de base, a tensão de cisalhamento (τ_b , em Pa, $N \cdot m^{-2}$ ou $kg \cdot m^{-1} \cdot s^{-2}$) se refere à tensão que o leito do rio sofre resultante do componente paralelo à superfície do peso da água que atua impulsionando a água declive abaixo (Fig. 1). Assim, é razoável assumir uma conexão direta entre τ_b e a incisão fluvial, o que foi extensivamente demonstrado na literatura geomórfica (e.g., HOWARD, 1994; WHIPPLE; TUCKER, 1999; WHIPPLE; HANCOCK; ANDERSON, 2000).

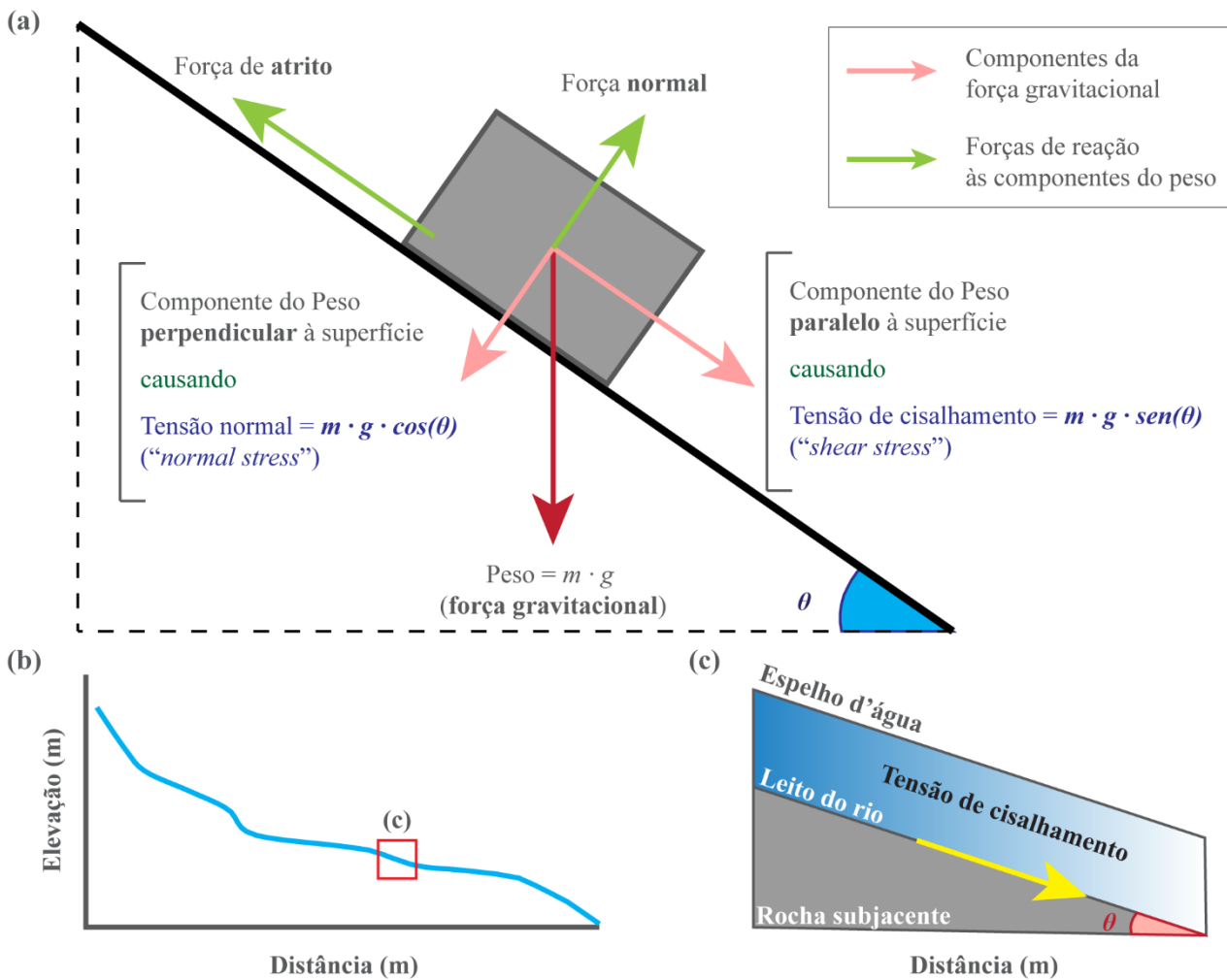


Figura 1. Entendendo a tensão de cisalhamento. (a) Diagrama de forças que atuam sobre um corpo de massa m em um plano inclinado com um ângulo θ com a horizontal. O peso do corpo nesse exemplo se divide em um componente ortogonal (normal) e outro paralelo à superfície. A tensão normal resulta do componente ortogonal do peso, enquanto a tensão de cisalhamento resulta do componente paralelo à superfície. O balanço de todas as forças atuantes será nulo se o bloco estiver em repouso. Note que, quanto maior o ângulo θ , maior será a tensão de cisalhamento (que aumenta com o seno (sen) de θ), e menor será a tensão normal (que aumenta com o cosseno (cos) de θ). Usamos trigonometria para resolver essas tensões. (b) Perfil longitudinal genérico indicando a posição de (c). (c) Esquema representando a tensão de cisalhamento em um canal fluvial. Geralmente, resolvemos a tensão de cisalhamento usando uma aproximação do sen de θ , a declividade local do canal fluvial (S), que é a tangente de θ .

Partindo dessa premissa, assume-se que a taxa de incisão fluvial de longo-termo (E) é uma função potência de τ_b , de acordo com (WHIPPLE; TUCKER, 1999):

$$E = k_b \cdot \tau_b^a \tag{2}$$

onde k_b é uma variável empírica positiva dimensional (cuja unidade depende de a) que reflete as características das rochas subjacentes (litologia, descontinuidades estruturais, grau de intemperismo), as condições climáticas, o processo de incisão dominante e o fluxo de sedimentos (WHIPPLE; TUCKER, 1999). Por sua vez, a representa uma constante positiva definida pelo processo de incisão fluvial dominante. Embora nosso conhecimento sobre a mecânica dos processos que contribuem para a erosão fluvial seja limitado (sobretudo quanto à erosão por destacamento), assumimos, com base em calibrações empíricas, que $a = 5/2$ para rios nos quais a abrasão é o processo dominante e $a = 3/2$ para rios em que o destacamento é o processo de incisão fluvial dominante (e.g., WHIPPLE; HANCOCK; ANDERSON, 2000). O destacamento é um processo significativamente mais efetivo do que a abrasão e, por isso, quando o destacamento é ativo em um canal de leito rochoso, assumimos que ele é o processo dominante de erosão fluvial (e.g., WHIPPLE; HANCOCK; ANDERSON, 2000).

Assumimos a “conservação da massa” para definir a vazão fluvial (Q). Isso significa dizer que os materiais que são alterados por reações químicas ou abrasão física durante a sua rota – partindo de posições topográficas elevadas até, em última instância, baixos deposicionais – sempre terminam em alguma outra área, implicando que a massa transportada é preservada (ao invés de ser destruída) ao longo da rota dos materiais. Assim, assumindo a conservação da massa de água, podemos definir que a vazão fluvial de cheia (Q , em $m^3 \cdot s^{-1}$) – ou seja, o volume de água que passa por um ponto em um rio, sem ultrapassar as suas margens, por unidade de tempo – é uma função da velocidade média do fluxo (V , em $m \cdot s^{-1}$), da profundidade média da água (D , em m) e da largura média de cheia do canal (W , em m), na qual:

$$Q = W \cdot D \cdot V \tag{3}$$

Por sua vez, definimos τ_b a partir da “conservação do momento linear” em um fluxo estável e uniforme. Momento linear é o produto da massa pela velocidade de um objeto que, em linguagem simples, é referido como “quantidade de movimento”, e mudanças no momento linear implicam aceleração ou desaceleração. A designação “fluxo estável” indica que não ocorrem mudanças na velocidade do fluxo ao longo do tempo para um ponto fixo, enquanto “fluxo uniforme” indica que não ocorrem mudanças na velocidade do fluxo no espaço. Assim, assumindo a conservação do momento linear, definimos τ_b como:

$$\tau_b = \rho_w \cdot g \cdot D \cdot S = \rho_w \cdot C_f \cdot V^2 \tag{4}$$

onde ρ_w é a densidade da água ($\sim 1000 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$), g denota a aceleração gravitacional ($\sim 9,8 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$), e C_f é um coeficiente adimensional de fricção, generalizado a partir da equação de Darcy-Weisbach, que representa uma medida da rugosidade do canal (WHIPPLE; TUCKER, 1999). Para alcançar a formulação generalizada do modelo de potência fluvial – isto é, a Eq. 1 – a partir de τ_b , precisamos levar em consideração a relação hidráulica entre W e Q e a relação hidrológica entre Q e A , ambas derivadas a partir de estudos empíricos (e.g., LEOPOLD; WOLMAN; MILLER, 1964), onde:

$$W = k_w \cdot Q^b \tag{5}$$

$$Q = k_q \cdot A^c \tag{6}$$

Sabemos que b é aproximadamente 0,5 para rios de leito rochoso (e.g., WHITTAKER et al., 2007), c depende da forma da bacia de contribuição, geralmente variando entre 0,7 e 1, com cheias mais abruptas em bacias estreitas e alongadas com $c < 1$, enquanto k_w e k_q são constantes dimensionais. A constante k_w depende da erodibilidade da rocha, dos processos ativos de incisão fluvial, do aporte de sedimentos fornecidos ao rio e de C_f , enquanto a constante k_q é função das condições climáticas afetando os processos de escoamento superficial e da forma da bacia (WHIPPLE; DIBIASE; CROSBY, 2013).

Podemos reorganizar as variáveis apresentadas nas Eqs. 2-6 para expressar a formulação generalizada do modelo de potência fluvial a partir da Eq. 2. Para isso, partimos das relações expressas na Eq. 3 para substituir V^2 por $Q^2 \cdot (W \cdot D)^{-2}$ na Eq. 4, de modo que:

$$\tau_b = \rho_w \cdot C_f \cdot Q^2 \cdot (W \cdot D)^{-2} \tag{7}$$

que pode ser reescrita como:

$$\tau_b = \rho_w \cdot C_f \cdot Q^2 \cdot W^{-2} \cdot D^{-2} \tag{8}$$

Rearranjamos a Eq. 4 para resolver D , de forma que $D = \tau_b \cdot \rho_w^{-1} \cdot g^{-1} \cdot S^{-1}$, o que nos permite reescrever a Eq. 8 como:

$$\tau_b = \rho_w \cdot C_f \cdot Q^2 \cdot W^{-2} \cdot (\tau_b \cdot \rho_w^{-1} \cdot g^{-1} \cdot S^{-1})^{-2} \tag{9}$$

resultando em:

$$\tau_b = \rho_w \cdot C_f \cdot Q^2 \cdot W^{-2} \cdot \tau_b^{-2} \cdot \rho_w^2 \cdot g^2 \cdot S^2 \tag{10}$$

que pode ser reescrita como:

$$\tau_b^3 = \rho_w^3 \cdot g^2 \cdot C_f \cdot Q^2 \cdot W^{-2} \cdot S^2 \quad (11)$$

e simplificada como:

$$\tau_b = \rho_w \cdot g^{2/3} \cdot C_f^{1/3} \cdot Q^{2/3} \cdot W^{-2/3} \cdot S^{2/3} \quad (12)$$

Podemos utilizar a relação hidráulica expressa na Eq. 5 para substituir W por $k_w \cdot Q^b$ na Eq. 12, resultando em:

$$\tau_b = \rho_w \cdot g^{2/3} \cdot C_f^{1/3} \cdot k_w^{-2/3} \cdot Q^{\frac{2}{3} \cdot (1-b)} \cdot S^{2/3} \quad (13)$$

Por sua vez, a relação hidrológica expressa na Eq. 6 pode ser utilizada para substituir Q por $k_q \cdot A^c$ na Eq. 13, alcançando:

$$\tau_b = \rho_w \cdot g^{2/3} \cdot C_f^{1/3} \cdot k_w^{-2/3} \cdot k_q^{\frac{2}{3} \cdot (1-b)} \cdot A^{\frac{2 \cdot c}{3} \cdot (1-b)} \cdot S^{2/3} \quad (14)$$

Conseguimos, assim, reescrever a Eq. 2, resultando em:

$$E = k_b \cdot \tau_b^a = k_b \cdot \left(\rho_w \cdot g^{2/3} \cdot C_f^{1/3} \cdot k_w^{-2/3} \cdot k_q^{\frac{2}{3} \cdot (1-b)} \cdot A^{\frac{2 \cdot c}{3} \cdot (1-b)} \cdot S^{2/3} \right)^a \quad (15)$$

que pode ser reformulada como:

$$E = k_b \cdot \rho_w^a \cdot g^{2 \cdot a/3} \cdot C_f^{a/3} \cdot k_w^{-2 \cdot a/3} \cdot k_q^{2 \cdot a \cdot (1-b)/3} \cdot A^{2 \cdot a \cdot c \cdot (1-b)/3} \cdot S^{2 \cdot a/3} \quad (16)$$

Com base na Eq. 1, podemos definir o coeficiente dimensional de erodibilidade fluvial (K) como:

$$K = k_b \cdot C_f^{a/3} \cdot \rho_w^a \cdot g^{2 \cdot a/3} \cdot k_w^{-2 \cdot a/3} \cdot k_q^{2 \cdot a \cdot (1-b)/3} \quad (17)$$

de modo que:

$$E = K \cdot A^{2 \cdot a \cdot c \cdot (1-b)/3} \cdot S^{2 \cdot a/3} \quad (18)$$

Note que múltiplos controles nos processos de erosão fluvial estão representados de maneira conjunta em K . Assim, mudanças em k_b , k_w , k_q , a e b determinam variações em K , embora seja razoável assumir que a erodibilidade das rochas (e.g., PEIFER et al., 2021) e as taxas de precipitação (e.g., ADAMS et al., 2020) sejam seus principais controles. Por exemplo, a exposição na superfície de rochas resistentes ao intemperismo e à erosão, associadas com valores baixos de k_b , resulta em valores baixos de K (e.g., GALLEN, 2018). Nesse sentido, um estudo empírico recente demonstra, a título de exemplo, que onde quartzitos estão expostos no Quadrilátero Ferrífero (Brasil), valores de K são extremamente baixos (valor médio de K de $3,6 \times 10^{-8} \text{ m}^{0.1} \cdot \text{yr}^{-1}$), enquanto valores de K são ordens de magnitude mais elevados em rochas menos resistentes, tal qual granitos e gnaisses (valor médio de K de $1,2 \times 10^{-6} \text{ m}^{0.1} \cdot \text{yr}^{-1}$) (PEIFER et al., 2021). Por outro lado, mudanças para condições climáticas mais úmidas implicam maiores valores de k_q e, por isso, esperamos que áreas que recebem muita precipitação sejam caracterizadas por valores elevados de K (e.g., FERRIER; HUPPERT; PERRON, 2013). Todavia, sabemos que modificações nas taxas de soerguimento tectônico prevalente podem modificar a relação hidráulica entre W e Q e, consequentemente, k_w (WHIPPLE; DIBIASE; CROSBY, 2013). Da mesma forma, mudanças no aporte de sedimentos, por exemplo, como consequência da ocorrência de movimentos de massa, podem resultar no recobrimento do leito rochoso por sedimentos, implicando modificações em k_b (SNYDER et al., 2000). Portanto, sabemos que K pode variar por ordens de magnitude na natureza, embora o nosso conhecimento sobre o que controla essa variação seja limitado (e.g., PEIFER et al., 2021).

Por fim, para alcançar a Eq. 1 a partir da Eq. 7, definimos m e n como:

$$m = 2 \cdot a \cdot c \cdot (1 - b)/3 \quad (19)$$

$$n = 2 \cdot a/3 \quad (20)$$

de forma que:

$$\frac{m}{n} = c \cdot (1 - b) \quad (21)$$

Sabemos que a razão m/n é próxima de 0,5 para processos de incisão fluvial que são uma função potência de τ_b (WHIPPLE; TUCKER, 1999). Caso a erosão fluvial seja linear com τ_b – ou seja, onde $a = 1$ (ver Eq. 2) – espere-se que m seja $\sim 1/3$ e n seja $\sim 2/3$.

3.2 Derivação a partir do stream-power específico (ω)

A energia potencial gravitacional (EP , em J ou $\text{kg} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{s}^{-2}$) é a energia que um objeto com massa no planeta detém devido ao campo gravitacional da Terra. Podemos definir EP como:

$$EP = m \cdot g \cdot z \tag{22}$$

onde m é a massa do objeto (kg) e z é a elevação (m) acima de um nível de referência, que aqui adotamos como o nível médio do mar (altitude ortométrica). Assim, a água que flui em um rio perde EP na medida em que diminui de elevação ao longo do perfil longitudinal (Fig. 2). A “conservação da energia” implica que a EP seja transformada em energia cinética na medida em que um rio perde energia potencial ao longo do perfil longitudinal. Por sua vez, essa energia cinética convertida, representando a energia de movimento de um objeto, é utilizada para erodir o leito fluvial e transportar os sedimentos fornecidos ao canal, além de produzir calor por fricção. Assim, a taxa de incisão fluvial de longo-termo (E) foi também proposta como uma função da taxa de perda de energia potencial por unidade de área do canal por tempo, referida como “stream-power específico” (ω , em $\text{kg} \cdot \text{s}^{-3}$ ou $\text{W} \cdot \text{m}^{-2}$), em que:

$$E = k_b \cdot \omega^a \tag{23}$$

onde k_b e a representam as mesmas variáveis positivas introduzidas na Eq. 2, ou seja, k_b expressa principalmente a erodibilidade das rochas, embora a unidade de k_b dependa de a e também se a derivação se baseia em ω ou τ_b . Por sua vez, a define como ω e τ_b se relacionam com E , sendo função do processo de incisão fluvial dominante (WHIPPLE; TUCKER, 1999).

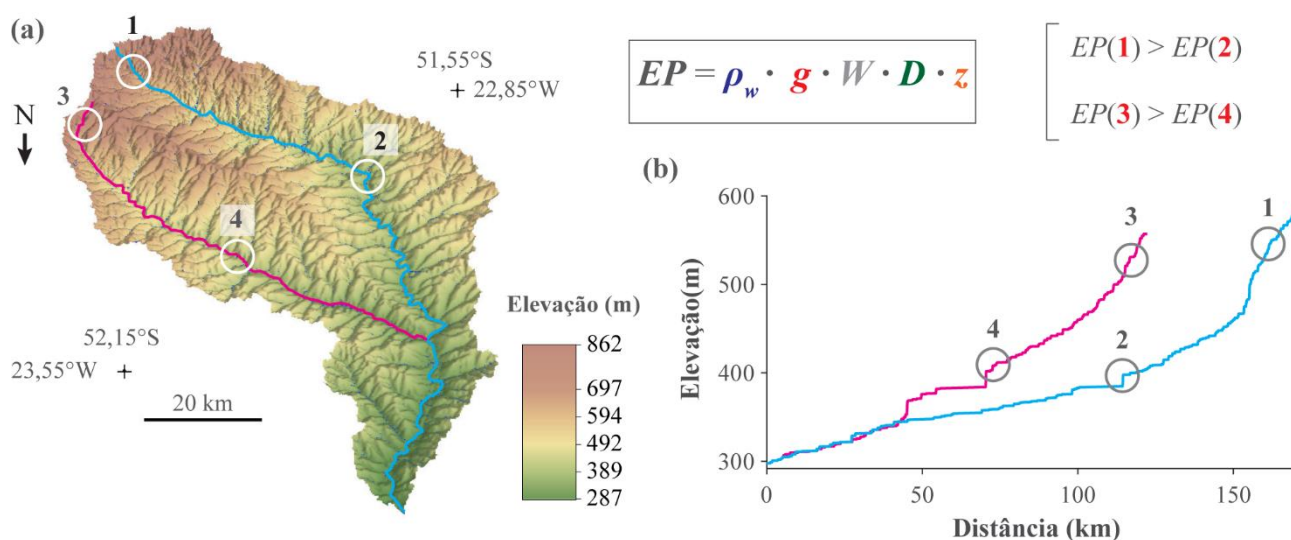


Figura 2. Entendendo o decréscimo de energia potencial gravitacional (EP) com a distância ao longo do perfil longitudinal. (a) Topografia em 3D da bacia hidrográfica do rio Pirapó, localizado na porção Norte do estado do Paraná (Brasil). Cores representam elevação em metros (modelo digital de elevação: AW3D30). Modelo 3D construído com exagero vertical de 15x. Círculos brancos representam pontos específicos nos perfis longitudinais dos dois principais rios da bacia (linha azul e rosa), destacados em (b), para os quais comparamos a EP da água. Observamos que a EP diminui como função do decréscimo de elevação (z) com o aumento da distância ao longo do perfil (x), assumindo que a densidade da água (ρ_w), a aceleração gravitacional (g), a largura do canal (W) e a profundidade do canal (D) são constantes. (b) Perfil longitudinal composto dos dois rios principais da bacia do rio Pirapó. Assumimos, geralmente, que a taxa de incisão fluvial de longo-termo é positivamente correlacionada com a taxa de perda de EP por unidade de área do canal por tempo (ω , em $\text{kg} \cdot \text{s}^{-3}$ ou $\text{W} \cdot \text{m}^{-2}$).

Podemos aproximar a energia potencial (EP) da água em um ponto específico de um rio fluindo para o nível de base como:

$$EP = \rho_w \cdot g \cdot W \cdot D \cdot z \tag{24}$$

Esta expressão aproxima EP para um ponto específico no perfil longitudinal. Todavia, para estimar ω precisamos computar o quão rápido EP ($\text{kg} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{s}^{-2}$) decresce na medida em que avançamos em distância ao longo do perfil longitudinal (x , em m), definindo assim o referido “stream-power” (Ω , em $\text{kg} \cdot \text{m} \cdot \text{s}^{-3}$ ou $\text{W} \cdot \text{m}^{-1}$), que

descreve a taxa de perda de energia potencial (ΔEP) por unidade de comprimento do canal (Δx) por tempo (Δt , em s^{-1}) onde:

$$\frac{\Delta EP}{\Delta x \cdot \Delta t} = \Omega = \frac{\rho_w \cdot g \cdot W \cdot D \cdot V \cdot \Delta z}{\Delta x} \quad (25)$$

Assumindo a conservação da massa, podemos substituir $W \cdot D \cdot V$ por Q como expresso na Eq. 3, chegando a:

$$\Omega = \rho_w \cdot g \cdot Q \cdot \frac{\Delta z}{\Delta x} \quad (26)$$

Sabemos que a declividade local do canal fluvial (S) é $\Delta z/\Delta x$ e, portanto, podemos rearranjar a Eq. 26 como:

$$\Omega = \rho_w \cdot g \cdot Q \cdot S \quad (27)$$

Geralmente consideramos o produto $\rho_w \cdot g$ como constante e, por isso, Ω varia basicamente como função de Q e S . No entanto, conforme expresso pela Eq. 23, a taxa de incisão fluvial de longo-termo (E) é relacionada com ω ($kg \cdot s^{-3}$ ou $W \cdot m^{-2}$), ou seja, com a taxa de perda de EP por unidade de área do canal por tempo referida como “*stream-power* específico”, e não com Ω ($kg \cdot m \cdot s^{-3}$ ou $W \cdot m^{-1}$, ainda equivalente a $N \cdot m^{-1} \cdot s^{-1}$). Podemos alcançar ω a partir de Ω por:

$$\omega = \frac{\Omega}{W} = \frac{\rho_w \cdot g \cdot Q \cdot S}{W} \quad (28)$$

Note que o “*stream-power* específico” é normalizado pela largura do canal e, por isso, pode ser utilizado para comparar sistemas fluviais com tamanhos diferentes. Vários estudos de geomorfologia fluvial quantificaram ω com diferentes finalidades, como, por exemplo, a diferenciação entre planícies de inundação (NANSON; CROKE, 1992), padrões de canal (KNIGHTON; NANSON, 1993) e avaliação de áreas erosivas e deposicionais (BIZZI; LERNER, 2015). Lembrando que $Q = W \cdot D \cdot V$, podemos rearranjar a Eq. 28 como:

$$\omega = \rho_w \cdot g \cdot V \cdot D \cdot S \quad (29)$$

A comparação da Eq. 4 com a Eq. 29 informa que ω e τ_b estão diretamente relacionados, de modo que podemos reformular a Eq. 29, resultando em:

$$\omega = \tau_b \cdot V \quad (30)$$

ou, caso reordenemos a Eq. 29 utilizando a formulação $\tau_b = \rho_w \cdot C_f \cdot V^2$, expressamos ω como:

$$\omega = \tau_b \cdot V = \rho_w \cdot g \cdot V \cdot D \cdot S \quad (31)$$

Com base nas Eqs. 23 e 28, é possível estabelecer que:

$$E = k_b \cdot \left(\frac{\rho_w \cdot g \cdot Q \cdot S}{W} \right)^a \quad (32)$$

Com base nas Eqs. 5 e 6, substituímos W e Q , alcançando:

$$E = k_b \cdot k_w^{-a} \cdot k_q^{a \cdot (1-b)} \cdot \rho_w^a \cdot g^a \cdot A^{a \cdot c \cdot (1-b)} \cdot S^a \quad (33)$$

Conseguimos agora reformular a Eq. 23 e simplificar a Eq. 33 como a forma generalizada do modelo de potência fluvial, a partir das variáveis apresentadas nas Eqs. 23-31, como (WHIPPLE; TUCKER, 1999):

$$E = K \cdot A^{a \cdot c \cdot (1-b)} \cdot S^a \quad (34)$$

de modo que o coeficiente de erodibilidade fluvial (K) seja aqui definido como:

$$K = k_b \cdot k_w^{-a} \cdot k_q^{a \cdot (1-b)} \cdot \rho_w^a \cdot g^a \quad (35)$$

e m e n representem, então:

$$m = a \cdot c \cdot (1 - b) \quad (36)$$

$$n = a \quad (37)$$

e, portanto:

$$\frac{m}{n} = c \cdot (1 - b) \quad (38)$$

Assim como foi definido para a derivação do modelo de potência fluvial a partir de τ_b , esperamos que a razão m/n seja próxima 0,5 para processos de incisão fluvial que são uma função potência de ω (WHIPPLE; TUCKER, 1999). Quando a erosão fluvial é linear com ω – isto é, onde $a = 1$ (ver Eq. 20) – antecipa-se que m seja $\sim 1/2$ e n seja ~ 1 . Portanto, a erosão fluvial linear com ω é literalmente igual à erosão fluvial que escala com τ_b elevado a

$a = 3/2$, o que indica que a diferença entre as duas abordagens está no expoente a que correlaciona τ_b e ω com a taxa de erosão fluvial de longo-termo (WHIPPLE; TUCKER, 1999).

4. Limitações importantes do modelo de potência fluvial

Apesar da simplicidade de sua formulação, o modelo de potência fluvial é, ao mesmo tempo, robusto do ponto de vista teórico e consistente com um vasto corpo de observações empíricas (LAGUE, 2014). De toda forma, existem limitações importantes. Em primeiro lugar, rios de leito rochoso não respondem às mudanças nas condições de contorno apenas ajustando o seu gradiente local. Muitas vezes as características hidráulicas, tal qual a largura do canal (W), também se modificam – espera-se geralmente que um aumento na taxa de soerguimento tectônico prevalente determine uma diminuição em W , implicando que a relação entre W e Q (Eq. 5) precisa ser modificada (a partir de dados empíricos) para que o modelo reproduza a dinâmica transiente com exatidão (WHIPPLE; DIBIASE; CROSBY, 2013). Em segundo lugar, o modelo de potência fluvial antecipa que A não se modifica ao longo do tempo. Sabemos, todavia, que ocorrem mudanças na topologia dos divisores de drenagem (e, conseqüentemente, em A) em muitas paisagens, implicando que essas mudanças precisam ser explicitamente contabilizadas para que o modelo explique a morfologia da área estudada. Em terceiro lugar, a versão mais generalizada do modelo, expressa na Eq. 1, não consegue capturar o papel duplo dos sedimentos na erosão fluvial que expressa que, sem sedimentos, faltam ferramentas abrasivas para a incisão, enquanto com sedimentos demais o leito fluvial se torna protegido contra a erosão (referido como *tools and cover effect* na literatura internacional). Em quarto lugar, a forma mais generalizada do modelo de potência fluvial não incorpora efeitos de limiares (*thresholds*) que predizem que a erosão fluvial ocorre apenas quando acontecem cheias e inundações grandes o suficiente para mobilizar o sedimento e ultrapassar limiares de erosão do substrato rochoso. Importante notar, entretanto, que todas essas limitações podem ser resolvidas a partir de modificações informadas por dados empíricos no próprio modelo de potência fluvial (WHIPPLE; DIBIASE; CROSBY, 2013). Por fim, o modelo não é capaz de reproduzir mudanças topográficas causadas pela dinâmica autogênica de rios de leito rochoso, como a formação de cachoeiras sem que nenhuma perturbação externa tenha ocorrido (SCHEINGROSS et al., 2020).

Enfim, esperamos que esta nota técnica fomente o entendimento aprofundado de pressupostos teóricos sobre a dinâmica evolutiva de rios de leito rochoso que são antecipados como assimilados pela comunidade internacional. Esperamos, ainda, que sirva como incentivo para se verificar quantitativamente o quão plausível, do ponto de vista físico, é determinada hipótese ou interpretação sobre o padrão, estilo e taxas de respostas topográficas às mudanças nas condições de contorno.

Contribuições dos Autores: Concepção, D.P., E.H.C., P.V. e N.F.F.; escrita do artigo, D.P., E.H.C., P.V. e N.F.F.; revisão, D.P. e E.H.C.; elaboração das figuras, D.P. e E.H.C. Todos os autores leram e concordaram com a versão publicada do manuscrito.

Financiamento: Esta pesquisa foi financiada pela Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (CAPES), número de bolsa 888887.508590/2020-00.

Agradecimentos: Agradecemos à Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (CAPES) pelo suporte financeiro à pesquisa. Neste sentido, D.P. teve apoio da CAPES no âmbito de uma bolsa CAPES-PrInt de Pós-Doutorado (nº 888887.508590/2020-00). Agradecemos também ao Prof. Dr. Romario Trentin e dois revisores anônimos que contribuíram para a versão final deste manuscrito.

Conflito de Interesse: Os autores declaram não haver conflito de interesse.

Referências

- ADAMS, B. A.; WHIPPLE, K. X.; FORTE, A. M.; HEIMSATH, A. M.; HODGES, K. V. Climate controls on erosion in tectonically active landscapes. *Science Advances*, v. 6, n. 42, p. eaaz3166, 2020. DOI: 10.1126/sciadv.aaz3166.
- BAGNOLD, R. A. An approach to the sediment transport problem from general physics. *USGS Professional Paper*, p. 1-42, 1966.
- BIZZI, S.; LERNER, D. N. The use of stream power as an indicator of channel sensitivity to erosion and deposition processes. *River Res. Applic.*, v. 31, p. 16–27, 2015. DOI: 10.1002/rra.2717.
- CHRISTOFOLETTI, A. *Geomorfologia Fluvial*. São Paulo: Edgard Blücher, 1981.
- FERRIER, K. L.; HUPPERT, K. L.; PERRON, J. T. Climatic control of bedrock river incision. *Nature*, v. 496, n. 7444, p. 206-209, 2013. DOI: 10.1038/nature11982.

6. GABET, E. J. River profile evolution by plucking in lithologically heterogeneous landscapes: Uniform uplift vs. tilting. **Earth Surface Processes and Landforms**, v. 45, n. 7, p. 1579–1588, 2020a. DOI: 10.1002/esp.4832.
7. GALLEN, S. F. Lithologic controls on landscape dynamics and aquatic species evolution in post-orogenic mountains. **Earth and Planetary Science Letters**, v. 493, p. 150–160, 2018. DOI: 10.1016/j.epsl.2018.04.029.
8. GILBERT, K. Geology of the Henry Mountains. **USGS Professional Paper**, p. 1-160, 1877. DOI: 10.3133/70038096.
9. GRISON, F.; KOBIYAMA, M. Teoria e aplicação da geometria hidráulica: revisão. *Revista Brasileira de Geomorfologia*, v. 12, n. 2, p. 25-38, 2011.
10. HOWARD, A. D.; KERBY, G. Channel changes in badlands. **Geological Society of America Bulletin**, v. 94, n. 6, p. 739–752, 1983. DOI: 10.1130/0016-7606(1983)94<739:CCIB>2.0.CO;2.
11. HOWARD, A. D. A detachment-limited model of drainage basin evolution. **Water Resources Research**, v. 30, n. 7, p. 2261–2285, 1994. DOI: 10.1029/94WR00757.
12. KNIGHTON, A. D.; NANSON, G. C. Anastomosis and the continuum of channel pattern. **Earth Surface Processes and Landforms**, v. 18, n. 7, p. 613–625, 1993. DOI: 10.1002/esp.3290180705.
13. LAGUE, D. The stream power river incision model: Evidence, theory and beyond. **Earth Surface Processes and Landforms**, v. 39, n. 1, p. 38–61, 2014. DOI: 10.1002/esp.3462.
14. LEOPOLD, L. B.; WOLMAN, M. G.; MILLER, J. P. **Fluvial processes in geomorphology**. W. H. Freeman and Co.: San Francisco, 1964. 522 p.
15. LIMA, A. G. Rios de leito rochoso: aspectos geomorfológicos fundamentais. **Ambiência Guarapuava (PR)**, v.6 n.2, p.339 - 35, 2010.
16. MACEDO, D. R.; LOPES, F.W.A.; BARROS, L.F.P.; MAGALHÃES JR, A. P. Noções de Hidráulica e Hidrometria Fluvial. In: MAGALHÃES JR, A. P.; BARROS, Luiz F.P. (Org.). **Hidrogeomorfologia: Formas, Processos e Registros Sedimentares Fluviais**. 1ed. Rio de Janeiro, RJ: Bertrand Brasil, 2020, v. , p. 79-102.
17. MUDD, S. M.; CLUBB, F. J.; HURST, M. D. LSDTopoTools2 v0.3, Zenodo, 2020. DOI: 10.5281/zenodo.3769703.
18. NANSON, G. C.; CROKE, J. C. A genetic classification of floodplains. **Geomorphology**, v. 4, n. 6, p. 459–486, 1992. DOI: 10.1016/0169-555x(92)90039-q
19. PEIFER, D.; CREMON, E. H.; ALVES, F. C. FERRAMENTAS MODERNAS PARA A EXTRAÇÃO DE MÉTRICAS DE GRADIENTES FLUVIAIS A PARTIR DE MDES: UMA REVISÃO. **Revista Brasileira de Geomorfologia**, v. 21, n. 1, 2020. DOI: 10.20502/rbg.v21i1.1732.
20. PEIFER, D.; PERSANO, C.; HURST, M. D.; BISHOP, P.; FABEL, D. Growing topography due to contrasting rock types in a tectonically dead landscape. **Earth Surface Dynamics**, v. 9, n. 2, p. 167-181, 2021. DOI: 10.5194/esurf-9-167-2021.
21. PERRON, J. T.; ROYDEN, L. An integral approach to bedrock river profile analysis. **Earth Surface Processes and Landforms**, v. 38, n. 6, p. 570–576, 2013. DOI: 10.1002/esp.3302.
22. POWELL, J.W. Physiographic processes. In: *The Physiography of the United States: Ten Monographs* (National Geographic Society). The American Book Company, New York. 344pp. 1895.
23. SCHEINGROSS, J. S.; LIMAYE, A. B.; MCCOY, S. W.; WHITTAKER, A. C. The shaping of erosional landscapes by internal dynamics. **Nature Reviews Earth & Environment**, p. 1-16, 2020. DOI: 10.1038/s43017-020-0096-0.
24. SCHWANGHART, W.; SCHERLER, D. TopoToolbox 2–MATLAB-based software for topographic analysis and modeling in Earth surface sciences. **Earth Surface Dynamics**, v. 2, n. 1, p. 1-7, 2014. DOI: 10.5194/esurf-2-1-2014.
25. SKLAR, L. S.; DIETRICH, W. E. Sediment and rock strength controls on river incision into bedrock. **Geology**, v. 29, n. 12, p. 1087–1090, 2001. DOI: 10.1130/0091-7613(2001)029<1087:SARSCO>2.0.CO.
26. SNYDER, N. P.; WHIPPLE, K. X.; TUCKER, G. E.; MERRITTS, D. J. Landscape response to tectonic forcing: Digital elevation model analysis of stream profiles in the Mendocino triple junction region, northern California. **Geological Society of America Bulletin**, v. 112, n. 8, p. 1250-1263, 2000. DOI: 10.1130/0016-7606(2000)112<1250:LRTTFD>2.0.CO;2.
27. STEVAUX, J. C.; LATRUBESSE, E. M. **Geomorfologia fluvial**. São Paulo: Oficina de Textos, 2017.
28. STOCK, J. D.; DIETRICH, W. E. Erosion of steep-land valleys by debris flows. **Bulletin of the Geological Society of America**, v. 118, n. 9–10, p. 1125–1148, 2006. DOI: 10.1130/B25902.1.
29. VAL, P., SILVA, C., HARBOR, D., MORALES, N., AMARAL, F. and MAIA, T. Erosion of an active fault scarp leads to drainage capture in the Amazon region, Brazil. **Earth Surface Processes and Landforms**, v. 39, n. 8, p.1062–1074, 2014. DOI: 10.1002/esp.3507.
30. WHIPPLE, K. X.; TUCKER, G. E. Dynamics of the stream-power river incision model: Implications for height limits of mountain ranges, landscape response timescales, and research needs. **Journal of Geophysical Research: Solid Earth**, v. 104, n. B8, p. 17661–17674, 1999. DOI: 10.1029/1999JB900120.

31. WHIPPLE, K. X.; HANCOCK, G. S.; ANDERSON, R. S. River incision into bedrock: Mechanics and relative efficacy of plucking, abrasion and cavitation. **Bulletin of the Geological Society of America**, v. 112, n. 3, p. 490–503, 2000. DOI: 10.1130/0016-7606(2000)112<490:RIIBMA>2.0.CO;2.

32. WHIPPLE, K. X.; DIBIASE, R. A.; CROSBY, B. T. **Bedrock Rivers**. In: *Treatise on geomorphology*, SCHRODER J, WOHL E (eds). Academic Press: San Diego, CA, p. 550-573, 2013. DOI: 10.1016/B978-0-12-374739-6.00254-2.



Esta obra está licenciada com uma Licença Creative Commons Atribuição 4.0 Internacional (<http://creativecommons.org/licenses/by/4.0/>) – CC BY. Esta licença permite que outros distribuam, remixem, adaptem e criem a partir do seu trabalho, mesmo para fins comerciais, desde que lhe atribuam o devido crédito pela criação original.