

Artigo de Pesquisa

## Caracterização morfométrica da complexidade da linha de costa sul-sudeste brasileira por métodos fractais

### *Morphometric characterization of the Brazilian south-southeastern coastline complexity using fractal methods*

Jessica Leiria Schattschneider <sup>1</sup> e Jarbas Bonetti <sup>2</sup>

<sup>1</sup> Universidade Federal de Santa Catarina (UFSC), Laboratório de Oceanografia Costeira, Centro de Ciências Físicas e Matemáticas, Florianópolis, SC, Brasil. E-mail: [jessica.leiria@gmail.com](mailto:jessica.leiria@gmail.com)  
ORCID: <https://orcid.org/0000-0001-6189-8166>

<sup>2</sup> Universidade Federal de Santa Catarina (UFSC), Laboratório de Oceanografia Costeira, Centro de Ciências Físicas e Matemáticas, Florianópolis, SC, Brasil. E-mail: [jarbas.bonetti@ufsc.br](mailto:jarbas.bonetti@ufsc.br)  
ORCID: <https://orcid.org/0000-0003-4564-251X>

Recebido: 16/03/2020; Aceito: 18/01/2021; Publicado: 10/04/2021

**Resumo:** Linhas de costa apresentam morfologia complexa quanto à sua sinuosidade, podendo seu grau de complexidade ser expresso matematicamente através da dimensão fractal (D). Diferentes alternativas foram propostas para o cálculo de D a partir de dados espaciais, existindo aspectos positivos e negativos em cada uma delas. Estudos dessa natureza ainda são escassos no Brasil, não tendo sido testada a eficácia da análise fractal na individualização de setores costeiros ou identificada qual seria a melhor abordagem metodológica a ser empregada. Neste sentido, o presente trabalho testou os métodos “divisor de passos” e “contagem de caixas” para classificar, quanto ao valor de D, quatro compartimentos da linha de costa sul-sudeste brasileira. Apesar de algumas diferenças entre os resultados gerados, ambos os métodos se mostraram eficientes, apresentando implementação relativamente simples. Todavia, a análise do ajuste das curvas fractais (expresso através de valores de R<sup>2</sup>) indicou que o método divisor de passos foi matematicamente mais preciso, tendo demonstrado ser mais tolerante à integração de réguas com maior comprimento na reconstrução da linha de costa, sobretudo em setores nos quais trechos relativamente retilíneos alternam-se com costas fortemente irregulares. Ambos os métodos retornaram valores comparáveis com os níveis de complexidade descritos na literatura internacional para os tipos de costa investigados. Os resultados obtidos indicaram que ao sul do Cabo de Santa Marta, onde a costa é dominada por extensas planícies sedimentares quaternárias, a complexidade é baixa e relativamente homogênea ( $D \approx 1,00$ ). Uma sensível mudança no padrão morfométrico foi verificada ao norte deste ponto em direção a Cabo Frio, que se apresentou matematicamente mais complexo ( $D \approx 1,16$ ), onde predomina um intrincado sistema de baías, praias de diferentes dimensões e promontórios devido à aproximação da Serra do Mar. O estudo aqui apresentado obteve êxito na individualização, em bases quantitativas, das províncias costeiras anteriormente identificadas no país por diferentes autores a partir de classificações geológico-geomorfológicas. Ainda, demonstrou a potencialidade no uso da dimensão fractal para o reconhecimento da complexidade morfológica de compartimentos internos a essas províncias, em escala de maior detalhe. Embora não se esteja propondo a substituição de compartimentações efetuadas qualitativamente e baseadas em diversos descritores, o esquema de análise fractal proposto constitui uma alternativa eficiente para o reconhecimento preliminar da complexidade morfológica da linha de costa, podendo ser utilizado como um primeiro passo na classificação objetiva de unidades costeiras.

**Palavras-chave:** Classificação costeira; Sinuosidade da linha de costa; Análise espacial; Dimensão fractal.

**Abstract:** Coastlines have a complex morphology regarding their sinuosity, which can be measured mathematically by the fractal dimension (D). Different alternatives have been proposed for the calculation of D from spatial data, with positive and

negative aspects in each one. Studies of this nature are still scarce in Brazil, and the effectiveness of fractal analysis in individualizing coastal sectors as well as the best methodological approach to be employed has not been identified yet. In this sense, the present work tested the step-divisor and the box-counting methods to classify, in terms of the value of  $D$ , four coastline compartments of the Brazilian south-southeastern coastline. Despite some differences on individual results, both methods proved to be efficient, presenting a relatively simple implementation. However, the fractal's fitting curve analysis (expressed by  $R^2$  values) showed that the step-divisor method was mathematically more accurate demonstrating a higher tolerance to the integration of longer rules in the reconstruction of the coastline, especially on sectors in which relatively straight coastline segments alternate with strongly irregular ones. Both methods returned values comparable with the levels of complexity described in the international literature for the type of coastlines analyzed here. The results indicated that in the south of Cabo de Santa Marta, where the coast is dominated by an extensive quaternary sedimentary plain, the complexity is low and relatively homogeneous ( $D \approx 1,00$ ). An expressive change in the morphometrical profile was observed north of this point towards Cabo Frio, identified as mathematically more complex ( $D \approx 1,16$ ), where intricate system of bays, beaches of different dimensions and headlands predominates due to the proximity of Serra do Mar. The study presented here was successful in individualizing, on a quantitative basis, the coastal provinces previously identified in the country by different authors from geological-geomorphological classifications. It also demonstrated the potential in the use of the fractal dimension to recognize the morphological complexity of compartments internal to these provinces, in a more detailed scale. Although it is not proposed to substitute compartments made qualitatively and based on several descriptors, the proposed fractal analysis scheme constitutes an efficient alternative for the preliminary recognition of the morphological complexity of the coastline, and can be used as a first step in the objective classification of coastal units.

**Keywords:** Coastal classification ; Coastline indentation ; Spatial analysis ; Fractal dimension.

---

## 1. Introdução

A zona costeira, sendo uma área de transição, é influenciada simultaneamente pelos sistemas marinho, terrestre e atmosférico. Por interagirem de modo variável no tempo e no espaço, e com distintos graus de intensidade, diferentes níveis de aporte de energia e matéria incidem sobre trechos específicos. Este processo, associado à herança geológica local, determinam primariamente as características morfológicas da linha de costa (BROCK; SEMENIUK, 2009).

Tais características podem ser analisadas basicamente quanto: 1) À interação dos processos geológicos (litologia e tectônica) e dinâmicos (aporte fluvial, ventos, ondas e marés) que atuam sobre os sistemas (MOORE et al., 2010); ou 2) Ao produto resultante da interação desses agentes, expresso pela variabilidade na forma geométrica das feições herdadas e construídas (THOMAS et al., 2016). Neste último caso, a sinuosidade da linha de costa pode ser considerada um indicador dos processos de construção e esculturação, sendo a análise da sua complexidade de forma (maior ou menor retilineidade) uma alternativa para o estabelecimento de um primeiro nível de regionalização da zona costeira.

Assim como nos demais sistemas complexos, a morfologia da linha de costa é modulada por uma série de variáveis e interações que atuam em diferentes níveis, resultando em formas naturais não lineares seguindo um padrão fractal (BAK, 1996). Estruturas que seguem este padrão não são eficientemente descritas por medidas euclidianas tradicionais, já que independem de escala (GOODCHILD, 1980). Isso motivou a introdução da teoria fractal por Mandelbrot (1967), que constitui uma abordagem alternativa baseada em um parâmetro invariante de escala – a dimensão fractal ( $D$ ). No contexto geomorfológico, a dimensão fractal é uma medida morfométrica que permite avaliar e classificar a sinuosidade de uma linha, onde valores de  $D$  mais elevados expressam uma maior complexidade da feição. Esta teoria assume três propriedades básicas para objetos fractais: homogeneidade, autossimilaridade e a ausência de uma escala característica, significando que cada porção pode ser considerada uma imagem redutível do todo, sendo  $D$  constante em qualquer escala (MANDELBROT, 1983).

Não obstante sua ampla aceitação, quase duas décadas após Mandelbrot (1967) ter proposto a teoria fractal, um estudo topográfico (MARK; ARONSON, 1984) determinou que a autossimilaridade estatística de feições naturais é, contrariamente ao originalmente previsto, restrita a um determinado domínio escalar, podendo o mesmo ser identificado a partir de quebras de padrão ou pontos de estabilização da curva fractal. Segundo os autores, tais descontinuidades representariam domínios nos quais a importância relativa de diferentes agentes e processos passa a diferir da tendência geral observada. Pesquisas mais recentes confirmaram que a suposição de independência de escala só é adequada para casos específicos, não podendo ser considerada uma propriedade

natural invariável (BEZ; BERTRAND, 2011). Da mesma forma, pesquisas que aplicam a teoria fractal na identificação de padrões ecológicos também mostraram que o método pode ser ineficiente quando os domínios escalares não são adequadamente considerados (SUGIHARA; MAY, 1990).

Como decorrência dessas descobertas, as estruturas fractais costumam ser divididas em dois grupos, nos quais feições com características ideais (e.g.: floco de neve Koch) são caracterizadas como "fractal de regra" – com autossimilaridade em todas as escalas, enquanto que estruturas geossistêmicas como linhas de costa, são definidas como "fractais aleatórios", ou seja, objetos que apresentam autossimilaridade apenas em intervalos de escala específicos (MA; LIU; CHEN, 2016). Neste último caso, os valores D aplicados às características fractais naturais são apenas precisos se os dados estiverem dentro de um domínio de escala adequado. Para fins práticos, esse domínio pode ser definido através da segmentação da área de estudo em setores que apresentam variações de sinuosidade visualmente reconhecíveis na escala de interesse, determinados com base no conhecimento prévio do local (KLINKENBERG, 1992) e concordantes com a resolução do dado de entrada (BUTTENFIELD; MCMASTER, 1991).

Mesmo com algumas restrições quanto às premissas assumidas por essa teoria quando aplicada a feições naturais (TURCOTTE, 2007), diversos autores têm adotado o valor D para classificar linhas de costa e investigado a relação entre este descritor e diferentes processos responsáveis pela sua modelagem (JIANG; PLOTNICK, 1998; XIAOHUA; YUNLONG; XIUCHUN, 2004; TANNER; PERFECT; KELLEY, 2006; NI et al., 2017). Existem alternativas distintas para a condução de uma análise fractal, sendo o "divisor de passos" (step-divisor) e a "contagem de caixas" (box-counting) os métodos mais aplicados em estudos costeiros, tendo já sido testados em linhas de costa de todo o mundo desde o final dos anos 1960. Não obstante seu contínuo emprego na setorização de costas (Tabela 1), a aplicabilidade da dimensão fractal e a análise da relação entre ela e os processos responsáveis pela definição da morfologia costeira tem sido pouco explorada.

**Tabela 1.** Estudos pretéritos que determinaram a complexidade morfológica de linhas de costa com base na dimensão fractal (D), métodos utilizados e valores encontrados pelos autores.

Linha de Costa	D <sub>dp</sub> (divisor de passos)	D <sub>cc</sub> (contagem de caixas)	Referência
Grã-Bretanha (costa oeste)	1,25		Mandelbrot (1967)
Austrália	1,13		Mandelbrot (1967)
África do Sul	1,02		Mandelbrot (1967)
Estados unidos (baía de Delaware)	1,46		Phillips (1986)
Alaska (ilha Adak/ilha Amchitka)	1,20 – 1,66		Pennycuik ; Kline (1986)
Noruega (costa sul)		1.52	Feder (1988)
Grã-Bretanha (costa oeste)	1,27		Carr; Benzer (1991)
Austrália (costa norte/sul)	1,19 – 1,13		Carr; Benzer (1991)
Estados Unidos (Puget Sound; costa oeste/leste)	1,19 – 1,15		Carr; Benzer (1991)
México (Golfo do México; costa oeste/leste)	1,03 – 1,02		Carr; Benzer (1991)
Croácia (ilha Cres)		1.12	Paar et al. (1997)
Estados Unidos	1,00 – 1,27		Jiang; Plotnick (1998)
	1,00 – 1,70		
China	1,16		Xiaohua, Yunlong e Xiuchun (2004)
Estados Unidos (Maine)		1,11 – 1,35	Tanner, Perfect e Kelley (2006)
Italia (seis províncias)		1,03 – 1,14	D’Alessandro et al. (2006)
China	1,19		Su et al. (2011)
Groenlândia		1,26	Singh e Gupta (2013)
China		1,13	Xu, Zhang e Zhao (2014)
China	1,20	1,09	Ma, Liu e Chen (2016)
China		1 – 1,27	Hou et al. (2016)
Espanha (costa da Cantábria)		1,19	Piña-García et al. (2016)
Espanha (La Palma/Grã Canaria)		1,104 – 1,065	Ferrer-Valero (2018)

Deve-se ressaltar que, esta análise quantitativa não se contrapõe à estratégia de compartimentação tradicionalmente empregada na regionalização costeira, baseada na análise integrada de múltiplas variáveis e

feições (COOPER; MCLAUGHLIN, 1998; FINKLE, 2008). Não obstante, tais classificações habitualmente privilegiam aspectos geológicos e relacionados à dinâmica marinha, que demandam dados consistentes, nem sempre disponíveis, e experiência do investigador na avaliação cuidadosa das variáveis para a elaboração de uma setorização.

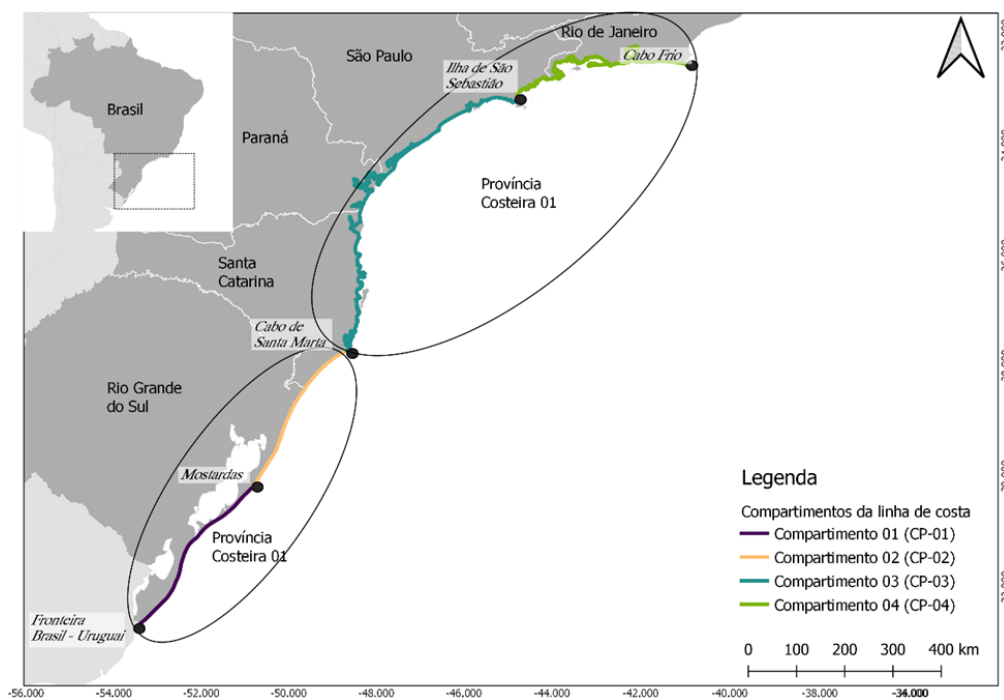
Ressalta-se, também, a barreira imposta pela inexistência de uma tipologia consagrada e universal voltada à classificação de costas. Tal fato amplia a subjetividade e dificulta a comparabilidade entre áreas classificadas por autores distintos, o que pode ser minimizado com um esforço analítico relativamente pequeno através de uma abordagem quantitativa.

Ainda, setorizações costeiras expeditas podem facilitar a aplicação de ações de manejo, como demonstrado em um estudo realizado por Boffetta et al. (2008) que utilizaram a dimensão fractal da linha de costa para selecionar trechos com alto nível de complexidade a fim de estimar o fluxo de dispersão de poluentes em diferentes segmentos.

Neste contexto, o presente estudo tem como objetivo avaliar o desempenho da análise fractal em um trecho da linha de costa sul-sudeste brasileira a partir da aplicação de dois diferentes métodos para a determinação de D. A pesquisa apresentada visa colaborar com os esforços científicos internacionais que tem proposto o emprego da dimensão fractal na classificação da linha de costa e representa, até onde os autores puderam verificar, a primeira análise deste tipo aplicada para um segmento costeiro da América do Sul.

## 2. Área de Estudo

A área de estudo adotada neste trabalho se localiza na porção sul e sudeste da costa brasileira, entre a fronteira Brasil-Uruguaí (latitude 33.7436° Sul; longitude 53.3700° Oeste) e Cabo Frio (latitude 22.9974° Sul; longitude 42.0142° Oeste), como mostra a Figura 1. Quatro compartimentos de linha de costa foram previamente definidos, considerando mudanças nos padrões de sinuosidade desta feição (inflexões e descontinuidades naturais que ocorrem em escala regional), assim como os limites das províncias costeiras previamente descritas em classificações tradicionais da costa brasileira (Tabela 2). A partir desta subdivisão, cada compartimento foi considerado um exemplo de fractal aleatório, visando a expressão da sua complexidade através da dimensão fractal (D).



**Figura 1.** Localização dos quatro compartimentos (CP) de linha de costa analisados. De acordo com classificações costeiras pretéritas, estes compartimentos se encontram em duas diferentes províncias costeiras, representadas por elipses na imagem acima (em azul para a Província 01 e em verde para a Província 02), tendo como limite fisiográfico o Cabo de Santa Marta.

Tabela 2. Compartimentações da área de estudo propostas por diferentes autores.

Classificações	Províncias da costa sul-sudeste brasileira	Base
Short e Klein (2016)	<ul style="list-style-type: none"> <li>• <b>Província 01:</b> Dominada por ondas de S; localizada entre a fronteira Brasil-Uruguai e Cabo de Santa Marta (SC)</li> <li>• <b>Província 02:</b> Dominada por ondas de SE; localizada entre o Cabo de Santa Marta (SC) e Cabo Frio (RJ)</li> </ul>	Características geológicas, sedimentares, processos costeiros e tipos de praias
Muehe (2010)	<ul style="list-style-type: none"> <li>• <b>Província 01:</b> Costa arenosa de múltiplas barreiras do Rio Grande do Sul; localizada entre a fronteira Brasil-Uruguai e Cabo de Santa Marta (SC)</li> <li>• <b>Província 02:</b> Costa rochosa do Sudeste; localizada entre Cabo de Santa Marta (SC) e Ilha Grande (RJ)</li> <li>• <b>Província 03:</b> Costa das lagunas, barreira duplas; localizada entre a Ilha Grande e o Cabo Frio (RJ)</li> </ul>	Aspectos geomorfológicos e vulnerabilidade potencial associada às mudanças climáticas
Dominguez (2009)	<ul style="list-style-type: none"> <li>• <b>Província 01:</b> Costa arenosa do Rio Grande do Sul; localizada entre a fronteira Brasil-Uruguai e Cabo de Santa Marta (SC)</li> <li>• <b>Província 02:</b> Zona de alívio do sudeste brasileiro; localizada entre o Cabo de Santa Marta (SC) e Cabo Frio (RJ)</li> </ul>	Evolução costeira, concentrando-se em aspectos relacionados à variação do nível do mar, padrões sedimentares e herança geológica
Zembruski (1979)	<ul style="list-style-type: none"> <li>• <b>Província 01:</b> Cone do Rio Grande; localizada entre a fronteira Brasil-Uruguai e o trecho de Mostardas (RS)</li> <li>• <b>Província 02:</b> Setor Florianópolis-Mostardas; localização entre Mostardas (RS) e Florianópolis (SC)</li> <li>• <b>Província 03:</b> Embaio de São Paulo; localizada entre Florianópolis (SC) e Cabo Frio (RJ)</li> <li>• <b>Província 04:</b> Setor Cabo Frio - Cabo de São Tomé; localizado entre Cabo Frio (RJ) e São Tomé (ES)</li> </ul>	Características morfológicas da margem continental, utilizando como base diferenças geológicas relativas à batimetria, declividade e a presença de cânions e canais
Silveira (1964)	<ul style="list-style-type: none"> <li>• <b>Província 01:</b> Sul; localizada entre a fronteira Brasil-Uruguai e Cabo de St. Marta (SC)</li> <li>• <b>Província 02:</b> Sudeste - localizada entre o Cabo de Sant Marta (SC) e Cabo Frio (RJ)</li> </ul>	Descritores geomorfológicos, climáticos e oceanográficos

A Província Costeira 01 foi subdividida nos compartimentos 01 e 02, tendo como limite um ponto localizado na altura de Mostardas - RS. Apesar da linha de costa sul rio-grandense apresentar sinuosidade relativamente monótona, pode-se observar a existência de padrões geométricos rítmicos distintos ao sul e ao norte deste ponto, conforme destacado por Alves (2009). O referido autor demonstrou que é aproximadamente ali que ocorre uma sensível alteração na orientação da linha de costa (calculada a partir da determinação de seus ângulos azimutais em diferentes latitudes), que induz instabilidades no padrão de incidência de ondas e consequente estabelecimento de hotspots erosivos. Um dos desencadeadores desse comportamento parecer ser a própria complexidade morfológica da batimetria da plataforma continental adjacente (Zembruski, 1979). Desta forma, os valores de D destes compartimentos poderão estar refletindo não apenas condicionantes estruturais da área emersa, mas também processos dinâmicos condicionados pela morfologia submarina próxima.

No caso da Província Costeira 02, localizada ao norte da área investigada, considerou-se como limite entre os compartimentos 03 e 04 a ilha de São Sebastião - SP. Justifica-se essa escolha pela importante mudança de orientação de linha de costa que ali ocorre, passando de NE-SO ao sul deste ponto para aproximadamente L-O ao norte, em direção a Cabo Frio - RJ. Tal mudança já havia sido assinalada por Suguio; Martin (1978), que ressaltaram igualmente as diferenças de proximidade do embasamento cristalino e as características distintas das planícies sedimentares quaternárias localizada ao sul e ao norte deste ponto. Neste caso, os principais responsáveis pelo estabelecimento de diferentes graus de complexidade são possivelmente as rochas cristalinas que afloram com maior ou menor proximidade do mar ao longo da província.

### 2.1. Classificações em mesoescala do setor sul-sudeste da costa brasileira

Como os fatores geomorfológicos, oceanográficos e climáticos diferem ao longo da extensa costa brasileira, sua compartimentalização em setores com atributos semelhantes é oportuna para o reconhecimento de segmentos com características específicas (SHORT; KLEIN, 2016). Atualmente, a classificação deste ambiente conta com uma série de propostas qualitativas em escala nacional, considerando a compreensão de cada autor quanto ao conjunto de indicadores avaliados, resultando em algumas divergências quanto aos limites de cada trecho, inclusive ao longo do setor sudeste e sul (Tabela 2).

Um dos primeiros esforços para classificar a costa brasileira foi efetuado por Silveira (1964), que dividiu o litoral do país em cinco compartimentos morfológicos distintos. A seguir, uma caracterização geomorfológica mais focada na margem continental do setor sul e sudeste do Brasil, realizada no âmbito do Projeto REMAC nos anos 70, incluiu aspectos batimétricos, sísmicos e sedimentológicos do ambiente marinho. De acordo com seus resultados, a área foi dividida em quatro compartimentos diferentes (ZEMBRUSCKI, 1979). A classificação geral originalmente proposta por Silveira (1964) foi mais bem detalhada por Dominguez (2009), que priorizou as características geológicas e evolutivas na descrição das províncias identificadas e revista por Muehe (2010), que considerou também a vulnerabilidade costeira aos efeitos das mudanças globais. Tendo por base a classificação mais recente apresentada por Short e Klein (2016), que propuseram subdivisões semelhantes às anteriores, são descritos abaixo aspectos geológico-geomorfológicos e feições características de cada província costeira.

#### 2.1.1. Província Costeira 01

Esta província se estabeleceu sobre um embasamento tectonicamente estável e recebeu grandes quantidades de sedimentos detríticos ao longo do Quaternário, os quais foram retrabalhados pelos agentes dinâmicos durante os períodos de variação do nível do mar (CORRÊA; ALIOTTA; WESCHENFELDER, 2004). Como resultado do aplainamento promovido pela ação marinha e continental, ali se desenvolveu uma extensa planície arenosa com aproximadamente 750 km de extensão e até 80 km de largura (DILLEMBURG et al., 2009). Essa planície é caracterizada pela presença de múltiplas barreiras alongadas formadas durante uma sequência de regressões marinhas iniciadas há 400 ka (VILLWOCK; TOMAZELLI, 1995), sendo intercaladas por grandes lagoas costeiras os corpos lagunares e lacustres, também formadas em função oscilações eustáticas quaternárias (BUCHMAN et al., 2009).

Rocha et al. (1975) propuseram que a provável fonte desses sedimentos retrabalhados seria o Rio da Plata, por este ter apresentado grandes descargas dispersadas no sentido norte durante períodos de nível do mar abaixo do atual. Interpretações posteriores (TOMAZELLI; DILLENBURG; VILLWOCK, 2000) sugerem que a planície costeira desta província é constituída (ao maior ou menor grau), também por sedimentos relíquia que já se encontravam depositados na plataforma continental adjacente (MARTINS; URIEN; MARTINS, 2005), posteriormente transportados durante as flutuações do nível do mar.

A dinâmica costeira local é condicionada pela ação de ventos, ondas e correntes litorâneas, sendo estes os principais agentes no desenvolvimento de sua linha de costa, que abriga quase que exclusivamente praias arenosas (SHORT; KLEIN, 2016). Em geral, as praias presentes neste setor são dissipativas em toda sua extensão ocorrendo, entretanto, variações relacionadas ao tamanho de grão. A província em questão apresenta uma orientação preferencial NE-SE, sendo formada por dois arcos costeiros separados pelo canal de Rio Grande, que junto com o canal Tramandaí representam as únicas ligações com o oceano presentes em toda sua extensão (DOMINGUEZ, 2006).

Uma mudança abrupta de orientação da linha de costa ocorre na altura do Cabo de Santa Marta (SC), local onde a Serra do Mar se aproxima da zona costeira, caracterizando o limite desta província. Desenvolve-se, a norte desta província, um ambiente morfológico totalmente distinto em relação a ação dos processos costeiros e a feições fisiográficas.

#### 2.1.2. Província Costeira 02

Esta província se estende por aproximadamente 1700 km, sendo caracterizada pela proximidade da Serra do Mar, que resulta em uma sequência de promontórios de rochas pré-cambrianas intercalados por pequenas enseadas, com planícies costeiras pouco desenvolvidas e às vezes ausentes (MUEHE, 2010).

A origem geológica da Serra do Mar pode ser associada à combinação de um processo de soerguimento epigenético no Cretáceo, acompanhado de intenso magmatismo, em resposta à passagem da Placa Sul-Americana sobre uma anomalia térmica (ZALÁN; OLIVEIRA, 2005). Esse sistema montanhoso parece ter alcançado sua configuração atual principalmente devido ao recuo erosivo diferencial condicionado pelas estruturas e unidades litológicas pré-cambrianas (ALMEIDA; CARNEIRO, 1998), sendo suas rochas intemperizadas a principal área-fonte de sedimentos das bacias de Santos, Campos e Paraná (ZALÁN; OLIVEIRA, 2005).

Os mesmos autores assinalam que, devido à instabilidade isostática do planalto que foi gerado, durante uma parte considerável do Cenozóico a crosta continental fendeu-se e afundou seguindo padrões lineares, tendo formado corredores de grábens (rifes) paralelos à costa. É essa herança geológica de natureza estrutural que caracterizou, em macroescala, a grande sinuosidade da linha de costa da Província 02, em contraposição aos processos quaternários predominantes na Província 01 que induziram uma relativa linearização.

Sua porção mais ao sul, entre Cabo de Santa Marta (SC) e Barra Velha (SC) é constituída por uma costa bastante sinuosa com vários trechos rochosos que delimitam praias, enseadas e estuários. Um padrão costeiro distinto é observado em direção ao norte até e o trecho central do estado de São Paulo, onde predominam planícies sedimentares quaternárias e corpos d'água relativamente abrigados da incidência direta de ondas oceânicas, compostos por baías e sistemas estuarino-lagunares (DOMINGUEZ, 2009).

O setor compreendido entre o litoral norte de São Paulo e a Baía da Guanabara é dominado pela efetiva proximidade da Serra do Mar em relação à linha de costa, o que promove o desenvolvimento de diversos promontórios, pequenas baías e praias de enseada, algumas de dimensão bastante reduzida, além de um complexo de ilhas rochosas próximas à costa. A partir desse ponto até Cabo Frio voltam a predominar praias relativamente extensas com sistemas lacustres e lagunares em sua retaguarda, estabelecidos sobre planícies quaternárias.

### 3. Materiais e Métodos

Esta pesquisa apresenta um esquema metodológico que utilizou exclusivamente softwares livres - FOSS (Free and Open Source Softwares) e bases de dados públicas, garantindo a replicação do método e facilitando a padronização dos produtos gerados.

Dois diferentes métodos fractais (“divisor de passos” e “contagem de caixas”) foram utilizados para a avaliação da complexidade morfológica dos quatro compartimentos de linha de costa selecionados. Ambos permitem o cálculo da dimensão fractal (D), que expressa a sinuosidade da feição. Como dado de entrada foi adotada a linha de costa disponibilizada na base legal de dados cartográficos do Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística (IBGE), gerada na escala de 1:250.000. Este dado vetorial foi inicialmente pré-processado no software QGIS v.3.6 (QGIS Development Team, <http://www.qgis.org>), tendo-se removido erros topológicos e dissolvido a feição para apenas um atributo, que em seguida foi segmentada nos limites dos compartimentos previamente estabelecidos (Figura 1).

Neste mesmo software foram construídas malhas regulares com diferentes tamanhos de lado, necessárias para o cálculo da dimensão fractal através do método contagem de caixas (LI; DU; SUN, 2009). A seguir, uma sequência de réguas de diferentes tamanhos foi elaborada no ambiente R v.3.5.3 (R Core Team, <https://www.R-project.org>) para o método divisor de passos (MANDELBROT, 1967; CARR; BENZER, 1991), assim como uma rotina para o cálculo de D de cada compartimento por ambos os métodos. Por fim, o coeficiente da regressão linear ( $R^2$  ou coeficiente de determinação), obtido pelo método de mínimos quadrados, foi calculado a partir da curva fractal de cada método e para cada compartimento, possibilitando a avaliação do desempenho das técnicas analíticas utilizadas.

#### 3.1. Método Divisor de Passos

Este foi o método originalmente utilizada por Mandelbrot (1967) para demonstrar o conceito de fractal e consiste no uso de uma sequência de “réguas” de diferentes tamanhos (r) para cobrir continuamente uma determinada feição. A razão entre o número de réguas necessárias para representar a feição em cada resolução r é posteriormente ajustada em um espaço logarítmico, onde a dimensão fractal pode ser obtida pela seguinte equação (Eq.1) (TURCOTTE, 2007):

$$Ddp = \ln(N)/\ln(1/r) \tag{1}$$

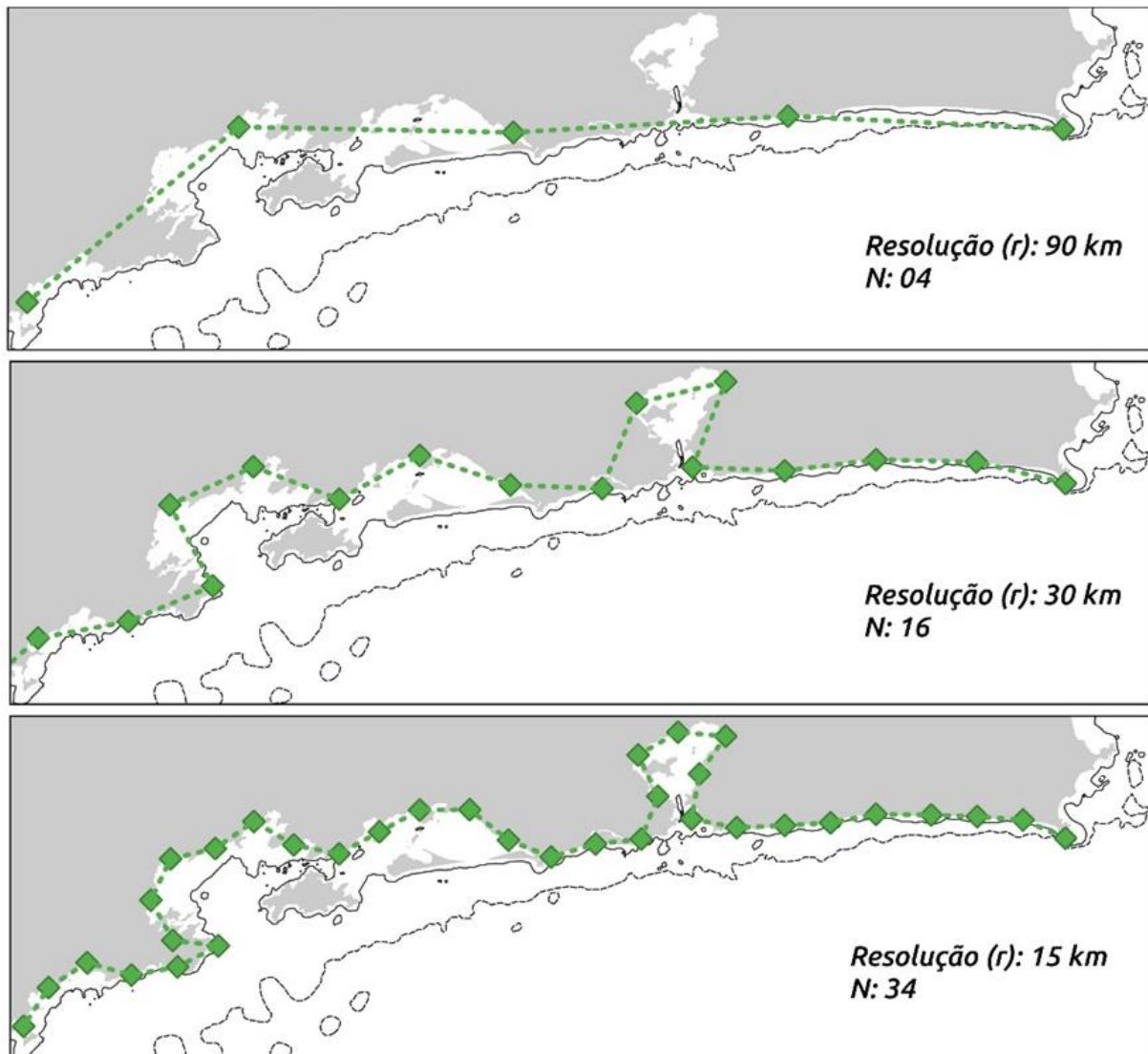
onde N correspondente ao número de réguas, r ao comprimento da régua (domínio escalar) e Ddp à dimensão fractal, que pode ser simplificada pela seguinte equação:

$$Ddp = -b \tag{2}$$

sendo b a inclinação da curva fractal obtida pela Eq.1.

Desta forma, os valores de Ddp são parâmetros adimensionais que, no caso deste método, variam entre 1 (linha pouco complexa ou sinuosa) e 2 (linha de altamente complexa ou sinuosa).

Para se obter o valor da dimensão fractal pelo método divisor de passos (Ddp) foi desenvolvida uma rotina em R baseada em três etapas. A primeira consiste na determinação do comprimento das réguas (resolução). Optou-se por seleccionar réguas no intervalo escalar entre 10 e 100 km, buscando-se manter a comparabilidade entre as análises e respeitar o grau de detalhamento do dado de entrada (BUTTENFIELD; MCMASTER, 1991). Assim, o domínio escalar desta análise foi definido a partir de nove resoluções (r): 15 km, 25 km, 30 km, 40 km, 50 km, 60 km, 70 km, 80 km, 90 km. Em seguida, a rotina sobrepôs os compartimentos com diferentes comprimentos de régua, resultando em nove linhas costeiras simplificadas conforme exemplificado na Figura 2. Na última etapa, a transformação logarítmica da regressão entre a quantidade de réguas (N) e comprimento da régua (r) foi utilizada para obter a Ddp de cada compartimento, seguindo a Eq. 1.



**Figura 2.** Exemplo de réguas de diferentes resoluções sobrepostas à feição analisada (a linha de costa) geradas para análise da dimensão fractal pelo método divisor de passos. O valor N indica a quantidade de réguas necessárias para cada caso.



### 3.2. Método Contagem de Caixas

Através do método contagem de caixas a dimensão fractal ( $D_{cc}$ ) pode ser obtida de modo muito semelhante ao descrito anteriormente, tendo por base os mesmos conceitos. Diferencia-se, todavia, quanto ao tipo de elemento geométrico utilizado para cobrir feições de interesse e quanto ao intervalo de variação dos valores de  $D_{cc}$ . Aqui, utilizam-se “caixas” de diferentes tamanhos de lado  $l$  no lugar das régua de tamanho  $r$  para definir o domínio escalar da análise, sendo que os valores fractais retornados podem variar entre 0 (segmentos menos complexos) e 2 (segmentos mais complexos), conforme Ni et al. (2017).

Este método também foi estruturado em três etapas, iniciando-se com a definição do tamanho dos lados das caixas (resolução), seguindo para a junção espacial entre estas caixas e os compartimentos de linha de costa e, por fim, efetuando-se o cálculo da dimensão fractal.

A construção das grades (compostas pelas caixas) foi efetuada ao longo da extensão total da área de estudo. Foram definidas grades quadradas com diferentes tamanhos de lado ( $l$ ), seguindo os mesmos intervalos de tamanho do método anterior: 15 km, 25 km, 30 km, 40 km, 50 km, 60 km, 70 km, 80 km e 90 km. Após a junção espacial entre os compartimentos de linha costa e as grades de diferentes resoluções obteve-se o número de caixas sobrepondo cada compartimento, semelhante ao que mostra a Figura 3.

Ao repetir este procedimento para todas as nove resoluções, a linha de costa contendo os nove novos atributos (número de caixas) foi então importada para o ambiente R, seguindo para a última etapa, que consistiu na extração da declividade da curva logarítmica formada pela quantidade de caixas  $x$  escala. Obteve-se, por fim, a dimensão fractal  $D_{cc}$  conforme indicado pela Eq. 1, na qual  $N$  passa a representar o número de caixas e  $r$  (comprimento da régua) é substituído por  $l$  (tamanho de lado da caixa).

## 4. Resultados

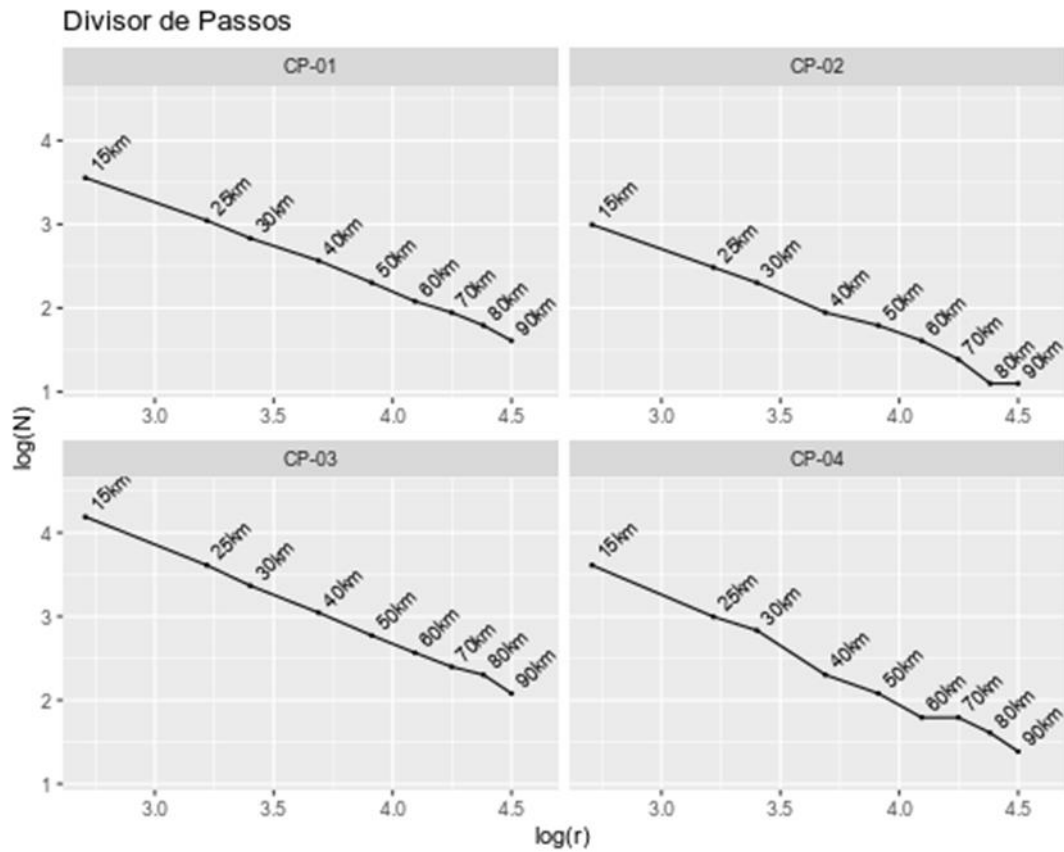
A quantidade de régua necessárias para cobrir cada um dos quatro compartimentos nas resoluções pré-definidas é apresentada na Tabela 3. Os valores mostraram que, em geral, há uma relação inversa entre a quantidade de régua e os seus tamanhos ( $N \times r$ ).

**Tabela 3.** Números de régua ( $N$ ) necessárias para cobrir cada compartimento (CP) em cada uma das nove resoluções ( $r$ ) analisadas.

Compartimento	15 km	25 km	30 km	40 km	50 km	60 km	70 km	80 km	90 km
01	35	21	17	13	10	07	07	06	05
02	20	12	10	07	06	04	04	03	03
03	66	37	29	21	16	11	11	10	08
04	37	20	17	10	08	06	06	05	04

Analisando-se os resultados por compartimento observa-se que CP-02 necessitou de um número menor de régua quando comparado aos demais em todas as resoluções, enquanto CP-03 demandou as maiores quantidades. A partir deste resultado também foi possível identificar pontos de estabilização no número de régua requeridas por CP-02 e CP-04, entre 80-90 km e 60-70 km, respectivamente, que podem estar indicando mudanças no comportamento fractal da linha de costa a partir destes limites.

Tais pontos de estabilização também puderam ser identificados pelo comportamento da curva fractal  $N \times r$ , conforme representado na Figura 4. A análise deste resultado sugere uma relação mais próxima entre CP-01 e CP-03 quando comparados com os demais compartimentos.



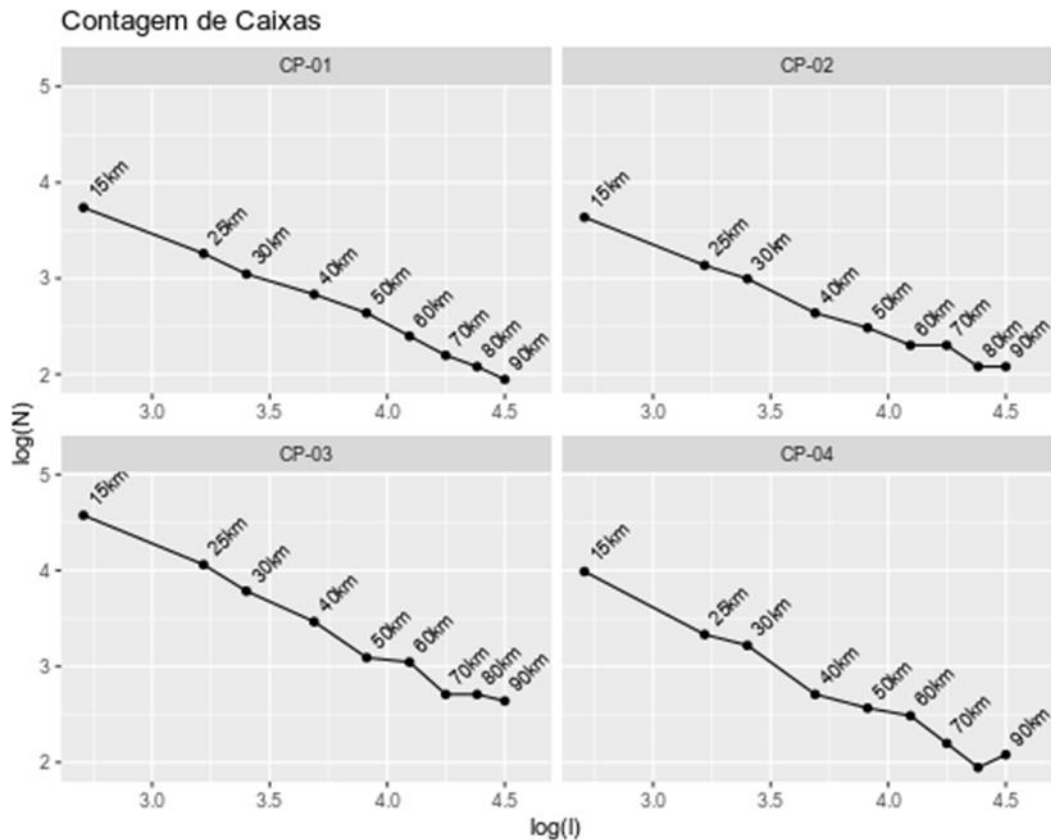
**Figura 4.** Resultado das curvas fractais –  $\log(N) \times \log(r)$  –, representando o padrão fractal individual dos compartimentos analisados. Para facilitar a visualização, as escalas logaritmizadas do eixo x estão representadas em seus valores originais ao longo da curva.

Os resultados obtidos pelo método contagem de caixas também ressaltam as particularidades de cada compartimento, no caso mantendo a mesma relação inversa entre  $N \times l$  (Tabela 4). Como também observado no divisor de passos, CP-02 apresentou, em geral, as menores quantidade de caixas necessárias para cobrir o compartimento. Entretanto, esse padrão foi confirmado apenas para as caixas de menor dimensão, com resolução inferior a 60 km. Concordante com o método anterior, CP-03 foi o compartimento com os maiores valores em todas as resoluções.

**Tabela 4.** Números de caixas (N) necessárias para cobrir cada compartimento em cada uma das nove escalas (l) analisadas.

Compartimento	15 km	25 km	30 km	40 km	50 km	60 km	70 km	80 km	90 km
1	42	26	21	17	14	11	09	08	07
2	38	23	20	14	12	10	10	08	08
3	97	58	44	32	22	21	15	15	14
4	54	28	25	15	13	12	09	07	08

Pontos de estabilização foram mais recorrentes neste método, identificados em CP-02 entre as resoluções de 60-70 km de lado e entre 80-90 km de lado e em CP-03 entre 70-80 km de lado. Estes pontos são igualmente visíveis na curva logarítmica (Figura 5), que indica CP-01 como o compartimento com o comportamento mais uniforme nesta análise e resalta uma inversão de tendências nas caixas de maior dimensão em CP-04.



**Figura 5.** Resultado das curvas fractais –  $\log(N) \times \log(l)$  –, representando o padrão fractal individual dos compartimentos analisados. Para facilitar a visualização, as resoluções logaritmizadas do eixo x estão representadas em seus valores originais ao longo da curva.

A partir da inclinação destas curvas foi possível obter o valor numérico da dimensão fractal dos compartimentos por cada um dos métodos (Tabela 5). Em geral, os valores retornados pelo método divisor de passos (Ddp) foram maiores do que os retornados pelo método de contagem de caixas (Dcc). Deve-se ter em conta, entretanto, que este último gera valores inferiores a 1,0, o que não acontece com o divisor de passos.

**Tabela 5.** Dimensão fractal (*D*) obtida pelos dois métodos para os quatro compartimentos de linha de costa. O coeficiente da regressão linear (*R*<sup>2</sup>) indica o ajuste da curva fractal para cada um dos casos.

Compartimento	$D_{dp}/R^2$	$D_{cc}/R^2$
CP-1	1,08 / 0,998	1,00 / 0,995
CP-2	1,08 / 0,990	0,89 / 0,986
CP-3	1,16 / 0,998	1,14 / 0,986
CP-4	1,23 / 0,989	1,12 / 0,977

No primeiro método, *D* se manteve constante em CP-02 e CP-01, correspondendo aos menores valores retornados, já CP-4 apresentou-se como o compartimento mais complexo identificado por esta análise. Para a contagem de caixas, CP-01 e CP-02 retornaram valores distintos, ambos indicando baixas complexidades, enquanto CP-03 apresentou-se com o compartimento com maior complexidade morfológica. Avaliando os coeficientes de determinação (*R*<sup>2</sup>) calculados para as curvas logarítmicas percebe-se um melhor ajuste do método divisor de passos em todos os compartimentos.

## 5. Discussão

### 5.1. Comportamento fractal da área de estudo

A teoria fractal permite expressar quantitativamente a complexidade de feições a partir do cálculo do valor da dimensão fractal (D). Quando aplicado a linhas de costa, este valor é baixo no caso de feições retilíneas e aumenta progressivamente conforme a linha de costa se torna mais sinuosa. Por ser um valor teoricamente independente de escala, a aplicação deste método no estudo de sistemas costeiros demanda uma análise cautelosa dos resultados, pois as feições construídas nessas áreas podem ser consideradas função dos processos atuantes em escalas específicas (CARTER; WOODROFFE, 1997). Não obstante, os estudos geomorfológicos podem se beneficiar da adoção de aproximações quantitativas de fácil mensuração e aplicáveis a um amplo espectro de escalas (HOBSON, 1972), pois facilitam um reconhecimento de características gerais de um determinado setor e garantem a reprodutibilidade das pesquisas.

O progressivo aumento de estudos que utilizam a teoria fractal para classificar linhas de costa em escala regional tem demonstrado sua aplicabilidade e fomentado a discussão sobre o conceito de escala característica. A incorporação deste conceito evidencia a importância de se considerar a conformidade da feição (premissa da teoria fractal) somente em determinados domínios escalares. Assim, é fundamental a escolha adequada das escalas de análise bem como a posterior avaliação da homogeneidade da curva fractal obtida (Mark; Aronson, 1984). Nessa escolha é indicado concentrar o espectro de escalas (ou resoluções) em um nível de grandeza na qual processo costeiros específicos atuem e, a partir disso, a análise da curva fractal pode indicar trechos onde o padrão morfométrico se modifica (GOODCHILD, 1980). A irregularidade das curvas, assim como a existência de pontos de estabilização, pode estar indicando escalas nas quais a feição passa de um padrão morfométrico para outro, permitindo fazer suposições sobre os processos físicos que definiram sua morfologia a partir destes limites escalares (KLINKENBERG, 1992).

Contrapondo os resultados obtidos nesta pesquisa com as premissas fractais percebe-se que os valores de D retornados para todos os compartimentos de linha de costa adotados estão de acordo com os limites fractais de cada método. Assumindo um valor mínimo de  $R^2$  de 0,90, utilizado em estudos prévios para aceitar a hipótese de que o segmento de linha de costa testado possui um comportamento fractal (KLINKENBERG, 1992), os altos valores de  $R^2$  observados neste trabalho comprovam a coerência matemática dos resultados obtidos. Pode-se, portanto, assumir que dentro do domínio escalar testado neste estudo a linha de costa do setor sul e sudeste do Brasil pode ser adequadamente descrita com base na teoria fractal.

Os valores retornados pelo método divisor de passos foram maiores do que os obtidos pela contagem de caixas em todos os casos, estando de acordo com o observado na literatura (SHARMA; BYRNE, 2010; MA; LIU; CHEN, 2016). Este fato pode estar relacionado com a dimensão das feições básicas de cada método, ou seja, quadrados para a contagem de caixas (duas dimensões) e linhas para o divisor de passo (uma dimensão). Assim como em outros trabalhos onde a comparação entre métodos foi discutida (SHARMA; BYRNE 2010; MA et al 2016), este estudo utilizou um dado vetorial de entrada (a linha de costa obtida pelo IBGE em escala 1:250.000) de apenas uma dimensão, o que sugere que os valores retornados pelo método divisor de passos possam ser mais representativos, uma vez que este método utiliza a mesma dimensão do dado de entrada.

Em relação ao comportamento da curva fractal ao longo das escalas pré-selecionadas, expressas através de diferentes resoluções de régua e caixa, foram identificados alguns pontos de estabilização e de quebra de inclinação, os quais podem ser indicativos de transição entre processos dominantes (LAM; QUATTROCHI, 1992).

O compartimento CP-01 apresentou uma curva com padrão homogêneo para ambos os métodos ao longo das resoluções analisadas (Figuras 4 e 5), indicando que seu comportamento morfológico se mantém constante em todo o domínio escalar analisado, diferentemente de CP-02, CP-03 e CP-04. Isso era esperado, tendo-se em conta a dominância de barreiras costeiras arenosas quaternárias, distribuídas por todo o compartimento, no condicionamento primário da geomorfologia local.

Ainda que ambas as linhas de costa dos compartimentos CP02 e CP01 sejam relativamente retilinizadas, inclusive apresentando valores de D iguais através do método divisor de passos, observou-se uma diferença entre suas curvas fractais. CP-02 apresentou um ponto de estabilização entre as resoluções de 80 e 90 km em ambos os métodos, podendo isto ser indicativo de um limite de análise deste compartimento por meio do cálculo da dimensão fractal, já que para valores de  $r$  ou  $l$  superiores a 80 km a curva fractal se mantém constante. Uma possível explicação seria a notável aproximação da isóbata de 20 m da linha de costa a partir de Mostardas

(limite entre os dois compartimentos da Província Costeira 01), o que pode estar influenciando um comportamento diferenciado dos agentes dinâmicos que modelam a faixa costeira daquela província (Figura 1). Destaca-se que as propostas de compartimentação anteriormente apresentadas (SILVEIRA, 1964; DOMINGUEZ, 2009; MUEHE, 2010; SHORT; KLEIN, 2016), não sugeriram uma subdivisão interna desta província, tendo destacado sua relativa homogeneidade. É interessante notar, todavia, que o trecho ao norte de Mostardas já havia sido classificado como uma unidade geomorfológica diferenciada por Zemruscki (1979), o que reforça a relevância de se considerar igualmente a geomorfologia submarina na compartimentação de linhas de costa, conforme destacado por Muehe (1996).

A curva obtida pelo divisor de passos para o compartimento CP-03 se manteve bastante homogênea, enquanto pelo método contagem de caixas a mesma parece mudar de comportamento a partir da resolução de 50 km. De fato, o trecho sul da Província Costeira 02 é relativamente heterogêneo, havendo uma alternância entre uma costa bastante recortada em seu trecho catarinense, que dá lugar ao estabelecimento de planícies costeiras relativamente bem desenvolvidas, praias longas, baías e lagunas do norte de Santa Catarina ao sul de São Paulo. A partir de então, em direção ao norte voltam a predominar novamente costas mais recortadas. A diferenciação interna do setor costeiro aqui definido como Compartimento 03, e sua subdivisão em três “macro compartimentos”, já havia sido sugerido por Muehe (1996) com base na revisão da setorização da costa brasileira originalmente proposta por Silveira (1964).

Já para o compartimento CP-04, padrões fractais distintos são verificados a partir da resolução de 60 km (divisor de passos) e 80 km (contagem de caixas). Possivelmente as quebras do padrão de declividade observada estão relacionadas à forte irregularidade da linha de costa ao longo de todo o compartimento, sobretudo após a Restinga de Marambaia. Desta forma, escalas de menor detalhe são pouco percebidos ou simplificados por uma única régua ou caixa (ver Figura 2 e Figura 3), o que gera uma inconsistência entre a sua representação fractal e a efetiva irregularidade morfológica existente.

## 5.2. Análise da complexidade costeira utilizando o método fractal

A complexidade dos compartimentos costeiros foi analisada em termos de  $D$ , refletindo seus respectivos graus de sinuosidade. Para um mesmo compartimento, entretanto, diferentes valores foram obtidos a partir da aplicação de dois métodos de análise da dimensão fractal (Tabela 5), haja vista que tais métodos utilizam bases geométricas distintas. De maneira geral, em ambos os métodos os compartimentos mais ao sul retornaram valores menores quando comparados com os localizados mais ao norte. Este padrão de complexidade morfológica da linha de costa é concordante com a descrição qualitativa das províncias costeiras às quais estes compartimentos pertencem (SILVEIRA, 1964; DOMINGUEZ, 2009; MUEHE, 2010; SHORT; KLEIN, 2016).

Ao analisar os valores de  $D_{dp}$ , CP-01 e CP-02 retornaram o mesmo valor, indicando que a complexidade destes dois compartimentos de linha de costa é semelhante, em concordância com as propostas de classificação anteriormente apresentadas. Ressalta-se que, por este método, nem mesmo a ocorrência de afloramentos de basalto na altura de Torres é capaz de alterar de maneira significativa a complexidade desse segmento de linha de costa, na qual predomina o padrão morfológico induzido pela continuidade da barreira costeira holocênica até as proximidades do cabo de Santa Marta. Os valores de  $D_{cc}$ , por outro lado, expressam uma maior sinuosidade para CP-01, o que parece efetivamente ocorrer quando se analisa visualmente os dois segmentos de linha de costa (Figura 1). Estes resultados sugerem que, ainda que a segmentação da linha de costa na altura de Mostardas possua alguma arbitrariedade, pois o seu comportamento morfológico geral permanece, ainda assim é possível reconhecer alguma diferenciação entre os compartimentos.

Em relação aos valores de dimensão fractal obtidos para CP-03 e CP-04, observa-se que os dois compartimentos foram considerados distintos por ambos os métodos. A análise de  $D_{dp}$  indicou que a complexidade da linha de costa é maior em CP-04, refletindo a morfologia bastante irregular do segmento, conforme anteriormente descrito por diferentes autores. Valores de  $D_{cc}$ , por seu turno, ressaltaram a semelhança entre ambos, embora tenham atribuído complexidade ligeiramente maior ao compartimento CP-03. Tal resultado reforça a ideia de que o referencial geométrico adotado (linha versus caixa) influencia decisivamente os resultados.

À luz desses valores, a escolha da Ilha de Sebastião como um limite morfológico na caracterização da complexidade da linha de costa demonstrou ser adequada, pois efetivamente os segmentos ao sul e ao norte deste ponto apresentam comportamento fractal diferenciado. Conforme discutido por Mahiques et al. (2010) a partir

desta feição há uma mudança batimétrica e estrutural acentuada na plataforma continental, mudando também a maneira na qual processos oceanográficos atuam sobre a costa.

Apesar dos resultados obtidos através da aplicação dos dois métodos serem divergentes na identificação dos compartimentos de maior complexidade no interior de cada província, a diferenciação entre as províncias foi concordante, sugerindo que para áreas mais abrangentes ambos podem ser empregados eficientemente. Em compartimentações mais detalhadas, entretanto, o método divisor de passos parece ter se aproximado mais da realidade na Província 02, que possui traçado de linha de costa mais irregular, enquanto o método contagem de caixas permitiu uma melhor diferenciação interna da Província 01, mais retilinizada. Os valores de R2 obtidos para as curvas fractais de ambos os métodos mostraram que a classificação obtida pelo método divisor de passos apresentou um ajuste melhor em todos os compartimentos, indicativo de seu desempenho ligeiramente superior.

### 5.3. Avaliação dos valores de D obtidos

Conforme assinalado, o método divisor de passos foi mais representativo, em termos médios, na determinação da dimensão fractal de costas com sinuosidade heterogênea. A comparação dos valores de Ddp obtidos com linhas de costa previamente classificadas em termos fractais em outras partes do mundo (Tabela 1) permitiu que se avaliasse de maneira mais ampla o grau de complexidade morfológica da área estudada.

CP-01 e CP-02 se mostraram pouco complexas, com Ddp próximo a 1, assim como observado por Mandelbrot (1967) para a linha de costa correspondente à África do Sul; Carr; Benzer (1991) em seu estudo realizado no México e Jiang e Plotnick (1998) para alguns setores costeiros dos Estados Unidos. Assim como no extremo sul do Brasil, as costas investigadas por esses autores igualmente apresentam um padrão relativamente monótono de sinuosidade.

Já CP-03 retornou um valor de complexidade intermediária, semelhante ao reportado para parte da costa da Austrália (MANDELROT, 1967; CARR; BENZER, 1991) e China (XIAOHUA; YUNLONG; XIUCHUN, 2004). O valor de Ddp associado ao CP-04, por sua vez, foi próximo aos reportados para a linha de costa oeste da Grã-Bretanha (MANDELROT, 1967) e parte da China (MA et al., 2016), setores que, assim como o compartimento avaliado neste estudo, apresentam um sistema costeiro heterogêneo, incluindo uma série de embaiamentos e promontórios ao longo de sua extensão.

A comparação direta desses resultados com os obtidos na presente pesquisa é de difícil realização, dada a heterogeneidade de escalas adotadas pelos autores. Enquanto alguns desses trabalhos apresentaram intervalos de variação no valor de D para áreas de extensão variável, outros calcularam valores médios para o país como um todo. De fato, os estudos realizados em diferentes áreas do globo possuem forte caráter metodológico, não tendo claramente ampliado as possibilidades de compartimentação da linha de costa, se comparados à análise qualitativa de dados multivariados, como proposto por exemplo por Finkle (2008). Ainda assim, os referidos autores ressaltam a grande vantagem apresentada pela análise fractal quando se quer efetuar uma compartimentação preliminar de um setor costeiro, visando identificar diferentes graus de complexidade da linha de costa resultantes de sua herança geológico-geomorfológica.

Apesar da diferença quanto às escalas avaliadas e à extensão das linhas de costa desta pesquisa em relação aos setores analisados nos trabalhos acima citados, pode-se assumir que a ordem de grandeza obtida efetivamente refletiu as variações de sinuosidade presentes na costa sul e sudeste brasileira, sendo as províncias e compartimentos investigados comparáveis visualmente a alguns dos trechos investigados internacionalmente. Não obstante, a comparação direta entre linhas de costa utilizando o parâmetro D obtido por diferentes estudos deve ser feito com cautela, sobretudo quando se tem por base dados de entrada com resoluções distintas que induzem a adoção de tamanhos de régua diversos para representar as feições investigadas. Não obstante essa ressalva, ressalta-se que os resultados obtidos são concordantes com o observado por Boffetta et al. (2008), que afirma que valores de D próximos a 1,0 estão normalmente associados a linhas de costa predominantemente sedimentares enquanto linhas de costa rochosas apresentam valores que se aproximam de 1,3.

### 5.4. Perspectivas de emprego da análise fractal na classificação de costas

Conforme anteriormente discutido, desde a década de 1960 têm sido apresentadas propostas de classificação da costa brasileira baseadas na análise integrada de diferentes aspectos do meio físico. Não obstante as revisões efetuadas e a incorporação de novos descritores de diversidade costeira (morfologia submarina, herança geológica, impacto potencial de mudanças climáticas, etc.) os limites gerais propostos originalmente por Silveira

(1964) foram considerados nas propostas subsequentes, estando tais limites fortemente associados aos aspectos fisiográficos de cada setor.

O trecho de linha de costa aqui analisado se prestou particularmente bem à análise de um esquema alternativo, uma vez que sua evolução morfotectônica e sedimentar gerou um notável contraste entre as províncias selecionadas. Enquanto o setor norte foi fortemente influenciado pela presença da Serra do Mar próxima à costa, resultado de um processo de soerguimento epirogenético Neocretáceo reativado no Cenozóico (ZALÁN; OLIVEIRA, 2005), os processos de oscilação quaternária do nível do mar condicionaram a formação de ambientes deposicionais que levaram ao desenvolvimento de uma ampla planície costeira na província meridional da área de estudo (VILLWOCK E TOMAZELLI, 1995).

Na presente pesquisa as províncias que caracterizam a Região Sul e parte do Sudeste foram adotadas como unidades pré-definidas, tendo-se verificado que esses dois compartimentos, previamente individualizados por diversos autores com base em suas características geológico-geomorfológicas, possuem comportamento fractal distinto. Através dos dois métodos testados pode-se confirmar que as mesmas efetivamente apresentam complexidade diferenciada, com menor sinuosidade de linha de costa na Província 01, associada a valores de dimensão fractal menores, próximos a 1,0; enquanto a Província 02, mais recortada, apresentou valores de D da ordem de 1,16. Desta forma, foi possível corroborar matematicamente a descrição anteriormente apresentada na literatura, ressaltando a potencialidade no emprego da teoria fractal na compartimentação de linhas de costa.

Visando identificar uma eventual diferenciação nos padrões de complexidade da linha de costa no interior dessas províncias foi proposta a subdivisão de cada uma em dois compartimentos, definidos com base na percepção também qualitativa dos autores dessa pesquisa. Com isso, buscou-se testar se essa percepção poderia ser corroborada matematicamente através do cálculo da dimensão fractal. Os resultados indicaram que através do método da divisão de passos os compartimentos CP-1 e CP-2 apresentam o mesmo grau de complexidade morfológica, enquanto o método de contagem de caixas permitiu sua distinção. Por outro lado, os compartimentos CP-3 e CP-4 foram claramente diferenciados pelo primeiro método e considerados semelhantes pelo segundo. Essa divergência reforça a necessidade de se promover uma reflexão mais aprofundada sobre a escolha do elemento geométrico de referência (linha ou caixa) na análise fractal.

Outro fator a ser considerado, e que igualmente demanda a realização de estudos complementares, é a caracterização da relação entre escala do dado de entrada e o intervalo de tamanhos de régua (ou de caixas) a ser utilizado, que costuma ser estabelecida de forma intuitiva. Note-se que não se trata da definição de um tamanho determinado, mas sim de um intervalo de variação no qual várias escalas contribuirão para a construção da curva fractal necessária para a determinação de D.

As curvas que foram obtidas nesta pesquisa sugerem que réguas com comprimentos superiores a 50 km (ou caixas com mais do que 50 km de lado) induzem alguma instabilidade com comportamento fractal da feição, o que pode ser um indicativo de limite da capacidade de representação da sinuosidade de linhas de costa com as características aqui analisadas tendo por base dados de entrada na escala de 1:250.000.

## 6. Conclusões

Nesta pesquisa, assim como em trabalhos anteriores desenvolvidos em diversas partes do mundo, a análise da dimensão fractal foi eficiente na avaliação da complexidade geométrica da linha de costa, possibilitando a expressão matemática de suas variações de sinuosidade. Mudanças de padrões morfométricos puderam ser identificados a partir da curva fractal gerada por dois métodos analíticos distintos, tendo permitido reconhecer a influência das mudanças escalares da caracterização da complexidade.

Os dois métodos fractais aplicados na linha de costa compreendida entre o limite sul do Brasil e Cabo Frio apresentaram resultados coerentes com a literatura e comparáveis entre si, embora tenham divergido no ordenamento do grau de complexidade das províncias pré-definidas. Não obstante, em todas as situações o coeficiente da regressão linear ( $R^2$ ) indicou um desempenho ligeiramente superior do método divisor de passos, que tem por base um elemento geométrico de dimensão equivalente ao dado de entrada (linha). Pode-se afirmar, entretanto, que o método contagem de caixas, por possuir implementação mais intuitiva baseada no formato computacional de grade, também constitui uma solução adequada para este tipo de análise, sobretudo em setores com traçado menos heterogêneo.

Os valores fractais obtidos indicaram que o trecho de linha de costa analisado possui diferentes níveis de complexidade morfológica, sendo o segmento compreendido entre São Sebastião e Cabo Frio o mais complexo (D

= 1.23 segundo o método divisor de passos). De maneira geral, os segmentos mais ao sul retornaram valores menores (alcançando o valor mínimo de  $D = 0,89$  pelo método contagem de caixas) do que os localizados ao norte da área investigada, o que é concordante com as compartimentações anteriormente propostas para o sistema estudado.

A teoria fractal aplicada ao ambiente costeiro permite que a complexidade decorrente de sua herança geológico-geomorfológica seja primariamente expressa a partir de um único valor numérico, a dimensão fractal. Apesar de ser uma representação baseada em um único descritor: a sinuosidade do traçado costeiro - a expressão da complexidade através de um valor numérico facilita a comparação entre pesquisas conduzidos em diferentes locais, desde que sejam respeitadas as mesmas premissas escalares e adotado o mesmo método de cálculo do valor de  $D$ . Ainda, permite que se faça um primeiro reconhecimento da heterogeneidade de uma determinada área, o que pode contribuir com a identificação de trechos específicos a serem investigados em maior profundidade.

O trabalho apresentado constitui uma proposta pioneira no emprego da análise fractal em um segmento de linha de costa da América do Sul. A metodologia desenvolvida utilizou apenas softwares livres e um único dado de entrada, podendo ser replicada em locais com escassez de dados. Em investigações futuras sugere-se uma avaliação mais criteriosa dos domínios escalares a serem analisados e dos tamanhos de régua/caixa a serem empregados, buscando uma compreensão mais abrangente da relação entre as descontinuidades do padrão fractal e alterações nos processos costeiros dominantes em diferentes escalas.

**Contribuições dos Autores:** A efetiva participação de ambos os autores foi essencial para o desenvolvimento deste estudo. Jessica Leiria Schattschneider contribuiu na construção da estrutura do texto, assim como na escolha dos métodos fractais a serem testados. A autora também definiu o conjunto de ferramentas a serem utilizadas e elaborou as rotinas para a obtenção dos resultados apresentados. Ainda, esteve envolvida em todo o processo de redação e discussão necessários para a finalização do trabalho.

Jarbas Bonetti contribuiu substancialmente na concepção da investigação, definição do tema central da pesquisa e obtenção dos dados de entrada a serem processados. O autor também se dedicou ao desenvolvimento e aperfeiçoamento da discussão e avaliação da acurácia dos resultados gerados, participando igualmente do processo de redação. A revisão textual e qualidade final do artigo foram igualmente atingidos através da dedicação deste autor.

**Financiamento:** Esta pesquisa não recebeu nenhum financiamento externo para a sua execução.

**Agradecimentos:** Os autores agradecem à equipe do Laboratório de Oceanografia Costeira (UFSC, Brasil) no suporte prestado ao desenvolvimento desta pesquisa. Também reconhecem a importante contribuição dos dois revisores anônimos para o aperfeiçoamento do artigo. Jarbas Bonetti é bolsista de Produtividade em Pesquisa do Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico (CNPq) (Processo 306633/2019-1).

**Conflito de Interesse:** Os autores declaram não haver conflito de interesse.

## Referências

1. ALMEIDA, F. F. M.; CARNEIRO, C. D. R. Origem e evolução da Serra do Mar. *Revista Brasileira de Geociências*, v. 28, n. 2, p. 135-150, 1998.
2. ALVES, A. R. Long-term erosional hot spots in the southern Brazilian coast. *Journal of Geophysical Research*, v. 114, C02020, 2009. DOI: 10.1029/2008JC004933
3. BAK, P. *How Nature Works: The Science of Self-Organized Criticality*. New York: **Copernicus**, 117 p., 1996.
4. BEZ, N.; BERTRAND, S. The duality of fractals: Roughness and self-similarity. *Theoretical Ecology*, v. 4, n. 3, p. 371-383, 2011. DOI: 10.1007/s12080-010-0084-y
5. BOFFETTA, G.; CELANI, A.; DEZZANI, D.; SEMINARA, A. How winding is the coast of Britain? Conformal invariance of rocky shorelines. *Geophysical Research Letters*, v. 35, n. 3, p. 5-8, 2008. DOI: 10.1029/2007GL033093
6. BROCKX, M.; SEMENIUK, V. Coastal geoheritage: Encompassing physical, chemical, and biological processes, landforms, and other geological features in the coastal zone. *Journal of the Royal Society of Western Australia*, v. 92, n. 3, p. 243-260, 2009.
7. BUCHMANN, F. S. C.; CARON, F.; LOPES, R. P.; UGRI, A.; LIMA, L. G. Panorama geológico da Planície Costeira do Rio Grande do Sul. In: RIBEIRO, A.M.; BAUERMANN, S. G.; SCHERER, C. S. (Org.) **Quaternário do Rio Grande do Sul: Integrando Conhecimentos**. Porto Alegre: Monografias da Sociedade Brasileira de Paleontologia, p. 35-56, 2009.
8. BUTTENFIELD, B. P.; MCMASTER, R. B. **Map Generalization: Making rules for knowledge representation**. New York: Longman Scientific & Technical, 1991. 264p.



9. CARR, J. R.; BENZER, W. B. On the practice of estimating fractal dimension. **Mathematical Geology**, v. 23, n. 7, p. 945–958, 1991. DOI: 10.1007/bf02066734
10. CARTER, R. W. G.; WOODROFFE, C. D. **Coastal evolution: Late Quaternary shoreline morphodynamics**. Cambridge University Press, 1997.
11. COOPER, J. A. G.; MCLAUGHLIN, S. Contemporary Multidisciplinary Approaches to Coastal Classification and Environmental Risk Analysis. **Journal of Coastal Research**, v. 14, n. 2, p. 512–524, 1998. DOI: 10.2307/4298806
12. CORRÊA, I.; ALIOTTA, S.; WESCHENFELDER, J. Estrutura e Evolução dos Cordões Arenosos Pleistocênicos no Canal de Acesso à Laguna dos Patos-RS, Brasil. **Revista Pesquisas em Geociências**, v. 31, n. 2, p. 69–78, 2004.
13. D’ALESSANDRO, L.; PIPPO, T.; DONADIO, C.; MAZZARELLA, A.; MICCADEI, E. Fractal dimension in Italy: a geomorphological key to interpretation. **Zeitschrift Fur Geomorphologie**, v. 50, n. 4, p. 479–499, 2006.
14. DILLENBURG, S. R.; BARBOZA, E. G.; TOMAZELLI, L. J.; HESP, P. A. CLEROT, L. C. P.; AYUP-ZOUAIN, R. N. The Holocene Coastal Barriers of Rio Grande do Sul. In: DILLENBURG, S. HESP, P. (Eds.). **Geology and Geomorphology of Holocene Coastal Barriers of Brazil**, 1ª Ed. Berlin: Heidelberg, p. 53–91, 2009.
15. DOMINGUEZ, J. M. L. The Coastal Zone of Brazil: an Overview. **Journal of Coastal Research**, v. I, n. 39, p. 16–20, 2006. DOI: 10.2307/25741527
16. DOMINGUEZ, J. M. L. The Coastal Zone of Brazil. In: DILLENBURG, S. HESP, P. (Eds.). **Geology and Geomorphology of Holocene Coastal Barriers of Brazil**, 1ª Ed. Berlin: Heidelberg, p. 17–51, 2009.
17. FEDER, J. **Fractals**. 1ª Ed. New York: Plenum, 1988.
18. FERRER-VALERO, N. Measuring geomorphological diversity on coastal environments: A new approach to geodiversity. **Geomorphology**, v. 318, n. 1, p. 217–229, 2018. DOI: 10.1016/j.geomorph.2018.06.013
19. FINKLE, C. W. Coastal classification. Systematic approaches to consider in the development of a comprehensive scheme. **Journal of Coastal Research**, v. 20, n. 1, p. 166–213, 2008. DOI: 10.2112/1551-5036(2004)20[166:CCSATC]2.0.CO;2
20. GOODCHILD, M. F. Fractals and the accuracy of geographical measures. **Journal of the International Association for Mathematical Geology**, 1980. DOI: 10.1007/BF01035241
21. HOBSON, R. D. **Surface roughness in topography: A quantitative approach**. **Spatial Analysis in Geomorphology**, London: Methuen, p. 221–245, 1972.
22. HOU, X.; WU, T.; HOU, W.; CHEN, Q.; WANG, Y.; YU, L. Characteristics of coastline changes in mainland China since the early 1940s. **Science China Earth Sciences**, v. 59, n. 9, p. 1791–1802, 2016. DOI: 10.1007/s11430-016-5317-5
23. IBGE. Cartas Topográficas Vetoriais do Mapeamento Sistemático, disponível em: <https://ww2.ibge.gov.br/home/geociencias/download/arquivos/index1.shtm>
24. JIANG, J.; PLOTNICK, R. E. Fractal Analysis of the Complexity of United States. **Mathematical Geology**, v. 30, n. 5, p. 535–546, 1998. DOI: 10.1023/A:1021790111404
25. KLINKENBERG, B. Fractals and morphometric measures: is there a relationship? **Geomorphology**, v. 5, p. 5–20, 1992. DOI: 10.1016/0169-555X(92)90055-5
26. LAM, N. S. N.; QUATTROCHI, D. On the issues of scale, resolution, and fractal analysis in the mapping sciences. **The Professional Geographer**, v. 44, n. 1, p. 88–98, 1992. DOI: 10.1111/j.0033-0124.1992.00088.x
27. LI, J.; DU, Q.; SUN, C. An improved box-counting method for image fractal dimension estimation. **Pattern Recognition**, v. 42, n. 11, p. 2460–2469, 2009. DOI: 10.1016/j.patcog.2009.03.001
28. MA, J.; LIU, D.; CHEN, Y. Random fractal characters and length uncertainty of the continental coastline of China. **Journal of Earth System Science**, v. 125, n. 8, p. 1615–1621, 2016. DOI: 10.1007/s12040-016-0754-2
29. MAHIQUES, M. M.; SOUSA, S. H. M. E.; FURTADO, V. V.; TESSLER, M. G.; TOLEDO, F. A. L.; BURONE, L.; FIGUEIRA, R. C. L.; KLEIN, D. A.; MARTINS, C. C.; ALVES, D. P. V. The Southern Brazilian shelf: General characteristics, quaternary evolution and sediment distribution. **Brazilian Journal of Oceanography**, v. 58, n. SPEC. ISSUE 2, p. 25–34, 2010. DOI: 10.1590/S1679-87592010000600004
30. MANDELBROT, B. How long is the coast of Britain? Statistical Self-Similarity and Fractional Dimension. **Science**, v. 156, n. 3775, p. 636–638, 1967. DOI: 10.1126/science.156.3775.636
31. MANDELBROT, B. B. **The Fractal Geometry of Nature**. 1ª Ed. New York: WH freeman, 1983.
32. MARK, D. M.; ARONSON, P. B. Scale-dependent fractal dimensions of topographic surfaces: An empirical investigation, with applications in geomorphology and computer mapping. **Journal of the International Association for Mathematical Geology**, v. 16, n. 7, p. 671–683, 1984. DOI: 10.1007/BF01033029
33. MARTINS, L. R.; URIEN, C. M.; MARTINS, I. R. Gênese dos sedimentos da plataforma continental atlântica entre o Rio Grande do Sul (Brasil) e Tierra del Fuego (Argentina). **Gravel**, n. 3, p. 85–102, 2005.

34. MOORE, L. J.; LIST, J. H.; WILLIAMS, S. J.; STOLPER, D. Complexities in barrier island response to sea level rise: Insights from numerical model experiments, North Carolina Outer Banks. **Journal of Geophysical Research: Earth Surface**, v. 115, n. F3, 2010. DOI: 10.1029/2009JF001299
35. MUEHE, D. Caracterização físico-natural da plataforma continental interna e área costeira adjacente. In: Ministério do Meio Ambiente, dos Recursos Hídricos e da Amazônia Legal. Macrodiagnóstico da zona costeira do Brasil na escala da União. p. 83-100, mais 15 cartas na escala de 1:1.000.000, 1996.
36. MUEHE, D. Brazilian coastal vulnerability to climate change. **Pan-American Journal of Aquatic Sciences**, v. 5, n. 2, p. 1–11, 2010.
37. NI, C.; ZHANG, S.; CHEN, Z.; YAN, Y.; LI, Y. Mapping the spatial distribution and characteristics of lineaments using fractal and multifractal models: a case study from northeastern Yunnan Province, China. **Scientific Reports**, v. 7, n. 1, p. 1–11, 2017. DOI: 10.1038/s41598-017-11027-0
38. PAAR, V.; CVITAN, M.; OCELIC, N.; JOSIPOVIC, M. Fractal Dimension of Coastlines of the Croatian Island Cres. **Acta Geographica Croatica**, v. 32, p. 21–34, 1997.
39. PENNYCUICK, C. J.; KLINE, N. C. Units of measurement for fractal extent, applied to the coastal distribution of bald eagle nests in the Aleutian Islands, Alaska C.J. **Oecologia**, v. 68, p. 254–258, 1986. DOI: 10.1007/BF00384796
40. PHILLIPS, J. D. Spatial Analysis of Shoreline Erosion, Delaware Bay, New Jersey. **Annals of the Association of American Geographers**, v. 76, p. 50–62, 1986. DOI: 10.1111/j.1467-8306.1986.tb00103.x
41. PIÑA-GARCÍA, F.; PEREDA-GARCÍA, R.; LUIS-RUIZ, J.; PÉREZ-ÁLVAREZ, R.; HUSILLOS-RODRÍGUEZ, R. Determination of Geometry and Measurement of Maritime – Terrestrial Lines by Means of Fractals: Application to the Coast of Cantabria ( Spain ). **Journal of Coastal Research**, v. 32, n. 5, 2016. DOI: 10.2112/JCOASTRES-D-15-00141.1
42. ROCHA, J.; MILLIMAN, J. D.; SANTANA, C. I.; VICALVI, M. A. Southern Brazil. Upper continental margin sedimentation off Brazil. **Contributions to Sedimentary Geology**, v.4, p.117-150, 1975. DOI:
43. SHARMA, P.; BYRNE, S. Constraints on Titan’s topography through fractal analysis of shorelines. **Icarus**, v. 209, n. 2, p. 723–737, 2010. DOI: 10.1016/j.icarus.2010.04.023
44. SHORT, A. D.; KLEIN, A. H. D. F. Brazilian Beach Systems: Introduction. Springer, 2016.
45. SILVEIRA, J. D. **Morfologia do litoral. Brasil: a terra e o homem**. 1ª Ed. São Paulo: Companhia Editora Nacional, p.253–305., 1964.
46. SINGH, H. K.; GUPTA, D. Quantification analysis of chaotic fractal dimensions. **International Journal of Engineering and Computer Science**, v. 2, n. 4, p. 1192–1199, 2013.
47. SU, F.; GAO, Y.; ZHOU, C.; YANG, X.; FEI, X. Scale effects of the continental coastline of China. **Journal of Geographical Sciences**, v. 21, n. 6, p. 1101–1111, 2011. DOI: 10.1007/s11442-011-0903-0
48. SUGIHARA, G.; MAY, R. M. Applications of Fractals in Ecology. **Trends in Ecology and Evolution**, v. 5, n. 3, 1990.
49. SUGUIO, K.; MARTIN, L. Formações quaternárias marinhas do litoral paulista e sul fluminense (Quaternary marine formations of the State of São Paulo and southern Rio de Janeiro). In: International Symposium on Coastal Evolution in the Quaternary, Sao Paulo, IGCP - USP - SGB, 57 p., 1978.
50. TANNER, B. R.; PERFECT, E.; KELLEY, J. T. Fractal Analysis of Maine’s Glaciated Shoreline Tests Established Coastal Classification Scheme. **Journal of Coastal Research**, v. 225, n. 5, p. 1300–1304, 2006. DOI: 10.2112/05-0474R.1
51. THOMAS, C. W.; MURRAY, A. B.; ASHTON, A. D.; HURST, M. D.; BARKWITH, A. K. A. P.; ELLIS, M. A. Complex coastlines responding to climate change: Do shoreline shapes reflect present forcing or “remember” the distant past? **Earth Surface Dynamics**, v. 4, n. 4, p. 871–884, 2016. DOI: 10.5194/esurf-2016-35
52. TOMAZELLI, L. J.; DILLENBURG, S. R.; VILLWOCK, J. A. Late quaternary geological history of Rio Grande do Sul coastal plain, Southern Brazil. **Revista Brasileira de Geociências**, v. 30, n. 3, p. 474-476, 2000. DOI: 10.25249/0375-7536.2000303474476
53. TURCOTTE, D. L. Self-organized complexity in geomorphology: observations and models. **Geomorphology**, v. 91, p. 302–310, 2007. DOI: 10.1016/j.geomorph.2007.04.016
54. VILLWOCK J. A.; TOMAZELLI L. J. **Geologia Costeira do Rio Grande do Sul**. Notas Técnicas, v. 8, p. 1–45, 1995
55. XIAOHUA, Z.; YUNLONG, C.; XIUCHUN, Y. On Fractal Dimensions of China’s Coastlines. **Mathematical Geology**, v. 36, n. 4, 2004. DOI: 10.1023/B:MATG.0000029299.02919.f8
56. XU, J.; ZHANG, Z.; ZHAO, X.; WEN, Q.; ZUO, L.; WANG, X.; YI, L. Spatial and temporal variations of coastlines in northern China (2000-2012). **Journal of Geographical Sciences**, v. 24, n. 1, p. 18–32, 2014. DOI: 10.1007/s11442-014-1070-x
57. ZALÁN, P. V.; OLIVEIRA, J. A. B. Origem e evolução estrutural do Sistema de Riftes Cenozóicos do Sudeste do Brasil. **Boletim de Geociências da Petrobras**, v. 13, n. 2, p. 269-300, 2005.

58. ZEMBRUSCKI, S. G. **Geomorfologia da margem continental Sul - brasileira e das bacias oceânicas adjacentes. Geomorfologia da margem continental brasileira e áreas oceânicas adjacentes.** Rio de Janeiro: Série Projeto REMAC, p. 129-177, 1979.



Esta obra está licenciada com uma Licença Creative Commons Atribuição 4.0 Internacional (<http://creativecommons.org/licenses/by/4.0/>) – CC BY. Esta licença permite que outros distribuam, remixem, adaptem e criem a partir do seu trabalho, mesmo para fins comerciais, desde que lhe atribuam o devido crédito pela criação original.